LES INCONTOURNABLES

1ère

LANGUES

ALLEMAND PREMIERE LVB

Nous avons travaillé avec le manuel » Wanderlust 1e » Bordas et étudié 6 axes du programme.

- Nous avons étudié des documents du chapitre 2 qui abordent la notion de « Heimat » difficilement traduisible mais indissociable de l'appartenance à un lieu et qui s'inscrivent dans l'axe 1 « identités et échanges ». Les élèves se sont demandé ce qu'est et où est leur « Heimat « ; est ce mon identité, ma nationalité, l'appartenance à un groupe ?

- Nous avons traité l'axe 4 «citoyenneté et mondes virtuels »avec des documents du chapitre 3 et fait un parallèle avec l'axe 6 »innovations scientifiques et responsabilité ». Les élèves ont décrit leurs usages des outils numériques, leurs aspects négatifs et ont tenté de répondre à la question : comment avoir une utilisation réfléchie et raisonnée du numérique ?

- Dans le chapitre 5, les documents étudiés ont permis aux élèves de découvrir et de comprendre certaines œuvres du patrimoine culturel de l'Allemagne et de traiter l'axe 3 «art et pouvoir ». Les élèves se sont interrogés sur la portée de l'art engagé : l'art peut- il changer la société ?

- Nous avons étudié des documents du chapitre 11 qui présentent quelques aspects de l'histoire allemande et les disparités entre l'est et l'ouest et qui s'inscrivent dans l'axe 8 « territoire et mémoire ». Les élèves ont tenté de répondre à la question : la connaissance de l'histoire est-elle importante, en quoi marque t'-elle le développement actuel d'un pays ?

- Les documents étudiés dans le chapitre 12 ont permis aux élèves d'explorer l'axe 2 «espace privé, espace public »dans une perspective historique. Ils les ont éclairés sur le rapport très particulier qu'entretiennent les allemands avec l'espace privé. Comment a-t-il évolué, depuis l'intrusion d'autorités extérieures dans la vie privée, comme la Stasi en Ex-RDA jusqu'à celle d'internet de nos jours ?

- Toute l'année, les élèves ont été entrainés aux activités langagières : CO, CE, EOC, EOI, EEC et EEI.

Pour ne pas oublier pendant les vacances, je conseille :

- de revoir tout le lexique étudié cette année (voir partie "Vokabeln" du classeur), un peu chaque jour, régulièrement.

- de revoir les bases grammaticales (les temps de l'indicatif, les verbes irréguliers, la déclinaison des déterminants définis, indéfinis, possessifs, des pronoms personnels…) et les points que nous avons étudiés cette année (partie"Grammatik" du classeur) Pour cela, ils peuvent utiliser les 2 manuels que j'avais conseillés en début d'année pour travailler en autonomie car ils proposent des exercices avec la correction: "Maitriser la grammaire allemande de Métrich et Brüssow cher Hatier et/ou "Allemand 250 exercices" utilangues Nathan

- de regarder des films ou des séries allemandes sur Netflix ou en streaming (la saison 3 de « Dark »vient de sortir !) en vostf

- d'écouter la presse allemande et de regarder des vidéos sur le site de la « Deutsche Welle »

LES INCONTOURNABLES:

En de fin de 1ère LV1 anglais , vous devez:

- Savoir définir les différents **axes** au programme (*art and power / fiction and reality/ citizenship and virtual world / public and private place / scientific innovations and responsibility / diversity and inclusion / identities and exchanges)*
- Savoir les associer à des documents (audio, iconographiques ou textes)
- Être capable de comprendre un document audio de niveau intermédiaire / B1+ (**pour cela vous entraîner sur des sites comme qioz ou BBC Learning English)**
- Être capable de comprendre un texte de niveau intermédiaire / B1+
- Être capable d'écrire un texte argumentatif, une lettre, un dialogue (**pour cela revoir les différentes méthodologies données par les professeurs**)
- Être capable de décrire, discuter de documents iconographiques ou citations , d'émettre un point de vue personnel, de les relier à un axe
- Être capable de parler en continu pendant environ 5 min sur un sujet d'actualité ou personnel

D'un point de vue grammatical, maîtriser les différents temps de l'anglais ainsi que la syntaxe.

Pour des révisions, utiliser ;
HATIER: maîtriser la grammaire anglaise
NATHAN : pump it up (cahier d'activités)

N'hésitez pas à lire en anglais (romans, articles de presse , etc..) et écouter de l'anglais (films en VO) régulièrement.

Rapport des compétences attendues des élèves
à la fin de la classe de 1ère pour LVB Espagnol

Cette année nous avons vécu une période inédite qui nous a empêché de faire nos cours habituels. De ce fait, nous nous permettons de vous envoyer ce rapport, qui vous permettra de connaître plus en détail les sujets et les principaux aspects de la langue que nous avons travaillé avec les élèves avant et pendant le confinement.
À partir des points que nous décrirons ci-dessous, vous pourrez aussi connaître les compétences souhaitées à la rentré 2020.

1. Sujets[1]
Avant et lors du confinement nous avons travaillé les axes suivants :
Territorio y memoria, Identidades e intercambios, Arte y poder et *Espacio público y espacio privado.* Les deux derniers axes du programme, à savoir *Diversidad e inclusión* et *Innovaciones científicas y responsabilidad*, prévus pour l'année en cours n'ont pas pu être traités à cause de la situation sanitaire qu'on a vécu.
Par contre, nous avons préféré sensibiliser les élèves avec des documents informatifs qui ont illustré les axes travaillés au lieu de les submerger avec plusieurs contenus. En tout cas, nous vous informons que parmi les sujets des axes vus en clase ou à distance, nous avons abordé transversalement les axes manquants, car ils sont complémentaires[2].

Compétences
· L'élève devra être capable de définir, problématiser et apporter des exemples concernant les axes travaillés.
· L'élève pourra développer une approche comparative entre les documents (audios, photos, œuvres d'art et textes) des différents axes.

2. Compréhension oral
Avant et pendant le confinement nous avons proposé aux élèves des documents vidéo et audio, en lien avec les axes.

Compétences
· L'élève doit reconnaître, comprendre et suivre les informations contenues dans une émission, une conférence ou une présentation orale.
· L'élève doit être capable de comprendre un document vidéo/audio de niveau intermédiaire A2+ ou B1.

3. Expression oral
Avant le confinement nous avons encouragé les élèves à s'exprimer en espagnol, à participer pendant la classe et à établir des discussions à propos des sujets abordés. Nous avons aussi proposé de faire des présentations à propos des artistes et des œuvres.
Nous sommes conscientes que pendant le confinement cet aspect a été le plus affecté ; en tout cas, à la fin de ce document, vous trouverez des conseils pratiques pour renforcer cet aspect.

Compétences
· L'élève doit être capable de présenter un sujet clairement, de décrire un événement et de raconter une anecdote ou une histoire personnelle.

---

[1] Certains axes peuvent varier, selon la progression de l'enseignante de la classe.
[2] Par exemple, le sujet *Espacio público y espacio privado* est en lien avec le sujet *Arte y poder,* car dans ce dernier nous avons travaillé le graffiti et d'autres expressions artistiques qui se présentent dans l'espace publique et qui permettent de penser l'idée de l'espace public comme un endroit ouvert aux questionnements liés à la société contemporaine. C'est aussi le cas pour les axes *Innovaciones científicas y responsabilidad* et *Diversidad e inclusión.*

· L'élève doit être capable d'exprimer son avis et de justifier son point de vue avec des arguments à partir d'un sujet proposé. Il devra aussi avoir la capacité d'échanger avec une certaine assurance lors d'une conversation.

4. Compréhension écrite

Avant le confinement, mais notamment pendant cette période, nous avons proposé aux élèves des documents variés, afin d'encourager la lecture en espagnol et de maintenir le niveau d'exigence souhaité.

Compétences

· L'élève doit être capable de comprendre des textes qui relatent de façon détaillée des événements et des expériences.

· L'élève doit être capable de reconnaître le schéma argumentatif et d'identifier les idées principales.

5. Expression écrite

Avant le confinement, nous avons proposé aux élèves des exercices pour s'entrainer à l'écriture en espagnol, à partir des sujets du programme. Chaque devoir était accompagné d'une liste de vocabulaire pour les aider à rédiger des brefs écrits simples sur des sujets culturels variés.

Compétences

· L'élève doit être capable de produire un texte en utilisant un langage simple pour exprimer et justifier son opinion.

· L'élève doit être capable d'écrire des descriptions détaillées non complexes.

6. Autres

Nous avons introduit la méthodologie de la synthèse, afin d'apprendre aux élèves comment hiérarchiser l'information présente dans un document pour bien identifier l'idée principal, les arguments d'appui, les exemples et l'intention de l'auteur, parmi d'autres éléments.
Nous travaillerons plus en détail cet aspect l'année prochaine.

7. Pour les vacances

Nous vous conseillons de :

· Relire les textes proposés pendant le cours.

· Consulter régulièrement des audios, des vidéos:
http://www.rfi.fr/es/
https://www.bbc.com/mundo
https://elpais.com/

· Utiliser l'application QIOZ GRATUITE (sur smartphone ou ordinateur) développée par la Région Ile de France.

· Le site https://www.audio-lingua.eu/spip.php?page=rechercheavancee&avancee=1&id_rubrique=4&mot2=10&mot3=29&mot4=19&mot5=23&tri=date&lang=fr

· Et bien sûr avec l'accord des parents les séries espagnoles sur Netflix en **espagnol et sous-titrés en ESPAGNOL**

· Faire une révision du lexique et la grammaire espagnole
https://dle.rae.es/

·Le manuel de grammaire *Maîtriser la grammaire espagnole,* Lycée et Université, éditions Hatier (leçons et exercices corrigés)

· Le site https://www.espagnolfacile.com/

·N’hésitez pas à lire en espagnol https://lingua.com
https://www.lingopressbooks.com/fr/spanish-books/spanish-graded-readers/
· Éviter au maximum l’usage de Google Traduction/Reverso

LETTRES

Aux élèves de HLP finissant leur année.

Tout d'abord, nous espérons que vous avez compris que cette spécialité a pour but de vous ouvrir au monde. C'est un état d'esprit, une curiosité sur tous les sujets qui vous entourent. Savez-vous, à présent dire « Je pense que ce fait est condamnable » plutôt que « C'est nul » ? Pensez-vous toujours à justifier vos dires « Je pense que … car … » ?

Êtes-vous persuadés que la culture est une richesse ?

Souvenez-vous de l'utopie que vous avez créée. Appropriez-vous ce désir d'imaginer un nouveau monde, meilleur que celui qui nous entoure. Vous êtes les adultes de demain, vous êtes les littéraires de demain, vous êtes les têtes pensantes de demain, ceux qui inventeront notre avenir.

N'oubliez pas l'importance de l'oral. Si nous avons passé la moitié de l'année sur un chapitre intitulé *Les pouvoirs de la parole*, ce n'est pas un hasard. L'an prochain, vous allez préparer le grand oral. Peut-être le ferez-vous dans la spécialité HLP. Gardez bien votre cours. Utilisez les grandes règles de la rhétorique antique, retournez voir le Padlet (https://padlet.com/odj999) sur les grands orateurs et n'hésitez pas à vous remettre en mémoire leur gestuelle. La parole est un art, ne l'oubliez pas.

Relisez, tranquillement, à tête reposée, votre cours. Le programme de HLP est dense, il vous servira même, au-delà de l'année prochaine, à améliorer votre culture générale, ce qui est de plus en plus demandé dans les différents concours après le bac.

N'hésitez pas à lire, cet été, un certain nombre d'ouvrages dont nous n'avons vu que des extraits en cours, ceux qui vous attirent, ceux qui vous intéressent, au gré de vos envies. Toute culture, tout savoir est bon à prendre…

Pour finir, si vous êtes courageux, à l'aide de votre cours, et pour vérifier que vous êtes au point, rédigez à chaque fois, en deux heures (durée de l'épreuve en Terminale), les dissertations de synthèse suivantes :

• Quelles formes de pouvoir la parole donne-t-elle ?

• Les différentes représentations du monde témoignent-elles toujours du désir humain de communiquer ?

Mmes Jaouen, Montlahuc et Wolfsyn

Les incontournables d'histoire-géographie

Fin de première

Ce dossier a avant tout pour but de vous aider à vous préparer pour la prochaine session E3C en terminale. Ce sont donc essentiellement des conseils méthodologiques, qui supposent que vous connaissez, ou au moins avez accès, à vos cours. A la fin, vous trouverez les grilles de notations utilisées pour les E3C.

Avant-propos : Gérer son temps

C'est certainement, vous en avez fait l'expérience, la plus grande difficulté lors des E3C. Les conseils méthodologiques suivants peuvent vous permettre de gagner du temps, mais seul un bon entraînement vous permettra d'être efficaces en condition d'examen.

La méthode qui suit est très détaillée. Nous vous proposons de nous concentrer sur l'exercice de question problématisée, car il est incontournable. Les exercices de croquis et d'analyse de documents seront revus en détail en terminale, et ne sont que rapidement abordés ici.

La question problématisée

Séance 1 : Analyser une consigne pour une question problématisée

L'analyse de la consigne n'est pas à négliger. Trop d'élèves se lancent trop rapidement dans des hors sujets, car ils n'ont pas finement compris ce qui est demandé.

Le mot interrogatif

Qui, quel, comment, pourquoi…Les différents mots interrogatifs n'attendent pas tous les mêmes réponses. Demandez-vous si on vous demande d'identifier des acteurs, de donner les causes d'un phénomène, d'expliquer un évènement…L'étude du mot interrogatif doit vous permettre de dégager le sens de la question.

1) Les termes de la consigne

Les termes clefs de la consigne doivent être identifiés. Ce sont les termes qui devront être définis. Très souvent, le sujet (au sens grammatical) de la question, constitue le cœur du devoir. S'il paraît évident pour certains termes qu'il faudra les définir, vous devez vous poser la question pour chaque mot.

2) Les bornes de la consigne

Les bornes chronologiques et/ou spatiales sont très souvent précisées dans la consigne. Les bornes ne sont jamais choisies au hasard, les bornes chronologiques correspondent à des évènements ou des ruptures, les bornes spatiales doivent pouvoir être justifiées.

Exercice 1 : Comment la République s'affirme-t-elle de 1870 à 1914 ?

Vous expliquerez les difficultés rencontrées lors de l'installation de la République, puis comment la République est parvenue à triompher de ses adversaires, et enfin l'affirmation de la République au début du XXe siècle.

Consigne : Réalisez l'analyse de cette consigne.

Séance 2 : Construire un plan pour une question problématisée

Un devoir bien structuré ajoute de la clarté, et donne une meilleure impression de votre copie. C'est donc une phase essentielle.

Pour l'exercice de question problématisée, comme pour l'exercice d'analyse de documents, les grandes parties du plan vous sont données. Il est extrêmement déconseillé de proposer un autre plan que celui proposé, même si vous pensez pouvoir faire autrement. Par contre, il faut comprendre l'idée du plan proposé, pour correctement le compléter, et faire de bonnes transitions.

Parmi les plans les plus courants :

- En histoire, ce peut être un plan chronologique, et dans ce cas il faudra comprendre les ruptures qui permettront de faire les transitions entre les parties. Ce peut être un plan thématique, et il faut comprendre le lien entre les différents thèmes pour faire les transitions. Un plan factuel (cause, phénomène, conséquences), et là il faudra vous appuyer sur la logique du plan pour réaliser des transitions.
- En géographie, ce peut être un plan thématique (comme en histoire), un plan scalaire (travail à différentes échelles) et il faut donc comprendre comment s'emboîtent les échelles, un plan typologique (Sur un même thème, des situations différentes) et il faut donc pouvoir expliquer pourquoi c'est différent, ou un plan factuel (description, causes, perspectives), à la différence de l'histoire, les causes sont décrites dans un second temps.(Attention aux perspectives qui doivent toujours être nuancées et justifiées).

Le plan proposé mérite d'être d'une part affinée (construction de sous-parties), et d'autre part détaillé (remplir les parties avec vos arguments et vos exemples). C'est un travail au brouillon indispensable, qu'il faut parvenir à faire rapidement. Seule une très bonne maîtrise de votre leçon vous permettra d'aller vite.

Exercice 2 : Comment la République s'affirme-t-elle de 1870 à 1914 ?

Vous expliquerez les difficultés rencontrées lors de l'installation de la République, puis comment la République est parvenue à traverser différentes crises, et enfin l'affirmation de la République au début du XXe siècle.

Consigne : Soulignez les différentes parties du devoir dans la consigne, recopiez-les en les espaçant sur une feuille de brouillon, puis tentez de dégager des sous-parties, en vous appuyant sur des arguments (reprenez votre cours). Ces arguments devront ensuite être expliqués, et illustrées d'exemples.

Exercice 3 : Comment les espaces industriels français sont-ils touchés par la mondialisation ?

Vous expliquerez la recomposition des espaces industriels français dans le cadre de la NDIT, puis la polarisation des espaces industriels sur le territoire français.

Consigne : Trouvez le plan et les principaux arguments pour répondre à cette problématique.

Séance 3 : Construire l'introduction pour une question problématisée :

L'introduction est le premier élément lu par le correcteur, une première impression qui doit le mettre dans de bonnes dispositions pour la suite de votre copie. Très souvent, la qualité de l'introduction est à l'image du reste du devoir. S'il est inutile de rédiger intégralement l'introduction au brouillon, elle doit être préparée.

L'introduction a plusieurs objectifs, qui correspondent aux différents éléments qui la composent. La plus importante, est sans doute « d'introduire » la problématique, c'est-à-dire « comment nous en arrivons à nous poser cette question ». Pour cela elle doit être cohérente, fluide et bien écrite.

Les différents éléments :

- La phrase d'accroche : pas indispensable, selon votre inspiration. Une citation, une allusion à l'actualité, un moment historique fort. Dans tous les cas elle doit être justifiée. Mieux vaut ne pas s'obliger à la faire. Elle a pour but d'éveiller l'intérêt du lecteur.
- Le contexte : correspond à ce qu'il faut savoir avant de rentrer dans la problématique, mais qui est pourtant hors de la problématique. Le contexte doit être adapté au sujet, par exemple en histoire avec une question portant sur les aspects économiques d'une période, le contexte devra lui aussi être économique, sans pour autant faire l'impasse sur le contexte politique et social.
  En géographie, le contexte renvoie souvent à de grandes notions déjà étudiées, dans lesquelles s'inscrit la problématique (mondialisation, métropolisation…). En histoire le contexte correspond souvent à la situation initiale à la période étudiée.
- Les bornes du sujet : spatiales ou chronologiques, elles méritent d'être justifiées. À quoi correspond le cadre temporel ? Ou pourquoi étudier ce phénomène à cette échelle ?
- Les termes du sujet : Nous l'avons déjà dit lors de la séance 1, il est important de définir les différents termes. Pas uniquement pour faire la démonstration auprès du correcteur de votre savoir, mais aussi, dans le cadre d'une démarche scientifique, de préciser votre interprétation du vocabulaire, même si au lycée vous devez tous partager plus ou moins les mêmes définitions.
- Reprise de la problématique puis annonce du plan : Idéalement la problématique vient s'inscrire logiquement dans le développement. L'annonce du plan indique au lecteur la structure, l'annonce du plan doit annoncer des idées fortes. (Par exemple, au lieu d'écrire « nous aborderons les aspects économiques », préférez : « nous expliquerons et nuancerons la forte croissance économique durant cette période »).

À ne pas faire : Introduire des exemples dans l'introduction, développer des arguments qui seront repris ensuite.

Exercice 4 : Comment la République s'affirme-t-elle de 1870 à 1914 ?

Vous expliquerez les difficultés rencontrées lors de l'installation de la République, puis comment la République est parvenue à traverser différentes crises, et enfin l'affirmation de la République au début du XXe siècle.

Consigne : quel est le contexte le plus intéressant pour ce sujet ? Rédigez l'introduction.

Exercice 5 : En quoi la littoralisation participe-t-elle à la recomposition des activités productives dans le monde ?

Expliquez l'attractivité des littoraux pour les activités productives, puis que cette attractivité repose sur la maritimisation et les aménités, et enfin que ces activités sont inégalement réparties sur les littoraux.

Consigne : Rédigez l'introduction.

Séance 4 : Construire la conclusion pour une question problématisée :

Tout comme l'introduction conduit la première impression, la conclusion constitue la dernière impression laissée à votre correcteur. Elle est trop souvent négligée et bâclée, soit par manque de temps, soit par fatigue. Il faut donc la préparer en amont de la rédaction, sans pour autant la rédiger entièrement.

Comme l'introduction, la conclusion a plusieurs objectifs, qui correspondent aux différentes parties qui la composent.

- Un bilan : Le bilan général est en fait constitué des bilans de chaque partie. Il faut en deux ou trois phrases, reprendre ce qu'il faut retenir de vos principaux arguments. Attention, ce n'est en aucune façon un résumé (si on vous demande de faire un résumé de votre journée, ou un bilan de votre journée, vous comprenez que ce n'est pas la même chose).
- La réponse à la problématique : Elle doit être la plus claire possible, il est possible de reprendre l'intitulé. C'est l'aboutissement de votre devoir, tout le reste ne sert qu'à justifier cette réponse. Elle doit être nuancée.
- L'ouverture : Elle n'est pas obligatoire, et comme l'accroche, doit se faire selon votre inspiration mais ne doit pas être forcée. L'objectif de l'ouverture est de proposer une poursuite de la réflexion. Cette réflexion est forcément en dehors du sujet, il arrive souvent de voir des élèves proposer une ouverture sur une idée qui aurait dû être traitée dans la copie. Elle n'est pas forcément sous forme de question, et si elle l'est, vous devez forcément proposer une ou deux pistes de réponse. En histoire vous pouvez par exemple ouvrir sur la période suivante. En géographie, vous pouvez proposer un changement d'échelle.

Exercice 6 : Comment la République s'affirme-t-elle de 1870 à 1914 ?
Vous expliquerez les difficultés rencontrées lors de l'installation de la République, puis comment la République est parvenue à traverser différentes crises, et enfin l'affirmation de la République au début du XXe siècle.
Consigne : Réalisez la conclusion.

Séance 5 : Rédiger son devoir et le relire.

La rédaction du devoir ne sera pas trop longue, à condition d'avoir été préparée. N'oubliez pas que vous écrivez pour être lu. Voici quelques conseils pour gagner en clarté :

- Commencez chaque partie par une phrase qui annonce l'idée principale de la partie, en lien avec la problématique. Ainsi, vous montrez au correcteur que vous maîtrisez la progression, vous lui rappelez où vous en êtes dans le plan, et vous rattachez vos idées à la problématique.
- Essayez de développer précisément un exemple, puis évoquez simplement les autres.
- Terminez vos parties en replaçant votre exemple dans un argument plus général, puis par un bilan que vous pourrez reprendre dans la conclusion. Faites le lien avec la partie suivante.
- N'oubliez pas d'aller à la ligne et de sauter des lignes afin d'aérer votre devoir. Sur les copies d'examens, n'hésitez pas à écrire une ligne sur deux, surtout si vous écrivez gros. Soignez votre écriture.
- Travaillez avec votre plan sous les yeux. Peut-être aurez-vous envie de le reprendre, c'est normal. Vous pouvez toujours faire des changements à la marge. Pour les changements importants, qui demanderaient de recommencer des parties, demandez-vous ce qui vous fera perdre le plus de points, ne pas finir, ou continuer sur votre première idée.

La relecture : Ce n'est pas un luxe que l'on peut se permettre que si on a le temps. L'exercice de relecture n'est facile pour personne, ni plaisant, on a parfois l'impression que ce que nous avons écrit est médiocre, cette impression est normale. Il est pourtant indispensable de refaire au moins deux relectures. Une première où vous vous attacherez à vérifier le sens de vos phrases, une seconde pour l'orthographe.

Exercice non corrigé : Terminez le travail de rédaction avec un minuteur, en 45 minutes environ.

L'exercice d'analyse de documents.

Présentation de l'exercice : Cet exercice consiste à extraire d'un ou deux documents des informations afin de répondre à une consigne, puis de les analyser à l'aide des connaissances acquises en cours. L'exercice se présente donc sous la forme d'un énoncé, d'un ou deux document(s), et d'une consigne. Il se traduit par la rédaction d'un texte organisé en plusieurs paragraphes avec une introduction et une petite conclusion.

Il faut donc absolument apprendre son cours pour éviter les écueils du « bavardage » ou de la « paraphrase » ; éviter la crédulité c'est-à-dire croire naïvement tout ce qu'énonce l'auteur du document : il faut apprendre à critiquer (manque-t-il des éléments pour bien cerner le sujet ? Le document est-il objectif ou non ?); attention aux erreurs sur le sens.

Étape 1 : la lecture et l'analyse de la consigne.

Celle-ci se fait à l'aide de stylos de couleurs différentes. On y trouve :

- Un renvoi au contexte.
- Un verbe/des verbes qui définit les opérations à accomplir auquel est associé un terme principal qui indique le ou les sujets à extraire du (des) document(s) et à traiter. Il peut donc y avoir deux thèmes donc deux verbes.
- Un point d'interrogation et/ou les formules « en quoi ou dans quelle mesure » qui donnent la problématique à laquelle la conclusion portera réponse.

Étape 2 : la première lecture

Reprenez les stylos que vous avez utilisés pour l'analyse de la consigne.

Surligner dans le(s) document(s), les extraits qui viennent éclairer le ou les thèmes de la consigne. Attention soyez économe en surlignage, ne surlignez pas des phrases entières. Un mot souvent suffit. Si la presque totalité du texte est surlignée, vous perdez votre temps.

Même démarche si le document est iconographique. Une fois ce travail terminé, vous devez voir apparaître de façon équilibrée toutes les couleurs que vous aviez choisies pour l'analyse de la consigne.

Étape 3 : la deuxième lecture.

Lors de cette deuxième lecture, vous passez à l'étude critique du/des document(s).

Concentrez votre attention sur les mots ou passages surlignés, et dans la marge, notez brièvement ce qui peut expliquer ou contredire l'information relevée. Ceci est très important pour éviter l'écueil de la paraphrase.

Étape 4 : la rédaction.

Le plan de l'étude se construira de la manière suivante :

1) Une présentation du ou des documents avec rappel de leur contexte en introduction.

2) Une présentation du premier thème identifié dans le document en une phrase, sa ou ses justification(s) dans le document (vous pouvez citer plusieurs phrases et vous pouvez citer la même phrase dans plusieurs thèmes), puis son explication à l'aide de vos connaissances (il faut expliquer pourquoi l'auteur dit ou montre tel élément).

3) Une présentation du second thème identifié dans le document, sa ou ses justification(s) dans le document puis son explication à l'aide de vos connaissances.

4) Une réponse à la problématique (ce n'est là qu'une confirmation à apporter que l'étude aura déjà justifiée).

Rappel de la méthode de présentation du document (pas d'ordre entre les éléments) :

- Auteur : Si possible ne pas juste dire son nom, mais donner un élément biographique, une fonction, un point de vue…
- Nature : Elles sont très diverses, il faut également préciser à qui s'adresse le document.

- Date : Ne pas se contenter de la donner, c'est l'occasion d'aborder le contexte dans votre introduction.
- Idée principale : De quoi parle le document, quel est le thème abordé, et pourquoi.

S'il y a deux documents, vous devez interroger le rapport entre les deux documents. Ils peuvent notamment :

- S'opposer, se contredire. Il faudra donc expliquer les différents points de vue.
- Se compléter, il faudra donc trouver le thème en commun, puis les différentes informations apportées.
- S'enrichir, un document expose une idée générale, et le second fournit un exemple.

Exercice 7 : sujet guidé d'analyse de document

Répondez aux questions suivantes. (problématique et document après les questions)

Aborder le sujet :

1) Réalisez l'analyse de la consigne, avez-vous vu le plan ?
2) Surlignez dans le document de couleurs différentes, les éléments que vous pouvez exploiter
3) À quoi le sujet nous invite-il ? À quelle échelle le sujet doit-il être abordé ?

Comprendre le document :

4) À quelles recompositions intra-métropolitaines le texte fait-il allusion ? Pourquoi la métropolisation risque-t-elle d'entraîner une uniformisation des métropoles ?
5) Quelles sont les limites de cette uniformisation ? Quelles relations ces limites ont-elles avec la métropolisation ?
6) Pourquoi les acteurs des métropoles émergentes et des villes du Sud perçoivent-ils positivement ces mutations ?

En quoi, la métropolisation, est-elle à la fois un facteur d'uniformité et un facteur de progrès ?

Vers une banalisation du modèle urbain ?

Le xx siècle sera celui des villes. Depuis 2008, la moitié de la population mondiale est urbaine. Mais à quoi ressembleront-elles ? Peut-être à des lieux uniformes sans âme, neutres et consensuels. Partout des centres-villes avec rues piétonnes, sortes de gigantesques centres commerciaux où s'affichent les mêmes enseignes c'est la "McDonaldization du monde décrite par le sociologue G Ritzer: On assiste à un nivellement par le bas de la ville sous couvert de modernisation. À la construction d'un cadre urbain rassurant pour des voyageurs en quête de repères. Partout les mêmes aéroports, le même mobilier urbain, des quartiers d'affaires centraux, parfois avec gentrification du centre-ville.

Mais halte au pessimisme beaucoup sont d'avis que la banalisation du modèle urbain a ses limites. De Trinidad à Katmandou de Jérusalem á Bakou, les villes conservent des spécificités, ici un gratte-ciel, là un monument, voire un quartier historique figé sous l'action de Unesco et de son classement au patrimoine mondial. À une époque où le tourisme est une industrie si les villes étaient toutes identiques, personne n'aurait envie de s'y rendre, nous dit J. Lévy.

Certains se méfient des discours qui minimisent les progrès. « La diffusion des modèles urbains occidentaux est un succès. Mieux vaut un quartier standardisé et sain qu'un bidonville insalubre Dans les pays émergents, les citadins vivent mieux » affirme un membre de l'ONG Urbanistes du monde. La maire de Santiago du Chili avoue vouloir s'inspirer de Paris pour réhabiliter des quartiers de la capitale chilienne et créer des espaces de mixité, tout en valorisant le patrimoine local.

D'après C. Chabaud, - Copier-coller d'un modèle urbain mondial in L'Atlas des villes hors-série Le Monde-La Vie, 2013

Exercice (non corrigé) : Vous disposez maintenant de tous les éléments pour réaliser l'étude de document. Mettez un minuteur en route et tentez de tout rédiger en 45 minutes.

L'exercice de croquis

Cet exercice a été assez peu travaillé en classe de première cette année. Il sera travaillé en détail en classe de terminale. Voici quelques conseils et quelques rappels des règles de cartographie, afin de partir sur de bonnes bases.

Pour rappel, cet exercice consiste à transposer un texte en croquis. Pour sa réussite, il nécessite d'abord de bien comprendre le texte, ensuite d'avoir quelques repères géographiques (les principales métropoles, les espaces productifs majeurs dans le monde…), et enfin de maîtriser le langage cartographique.

Étape 1 :

Lire le texte une première fois pour comprendre le sujet, une seconde fois pour repérer les parties du texte, qui constituent les parties de votre légende, une troisième fois pour prélever les informations cartographiables.

Étape 2 :

À partir du texte, vous pouvez au brouillon commencer à construire votre légende en deux ou trois parties. Votre légende doit être précise, et les figurés bien choisis (voir tableau sur le langage cartographique).

Étape 3 :

La réalisation du croquis n'est pas l'étape la plus difficile, mais nécessite un peu d'entraînement. C'est en en réalisant plusieurs, que vous apprendrez de vos erreurs et trouverez des astuces pour réaliser des croquis soignés. Utilisez des crayons de couleurs pour les figurés de surface, des feutres fins pour les figurés ponctuels et linéaires. Choisissez bien vos couleurs, elles ont un sens. N'oubliez pas la nomenclature, écrite au stylo noir obligatoirement, et droite (sauf exceptions). Ne surchargez pas le croquis, ne placez que la nomenclature nécessaire. La légende doit être placée sous le croquis, sa réalisation mérite autant de soin que le croquis en lui-même. N'oubliez pas de donner un titre.

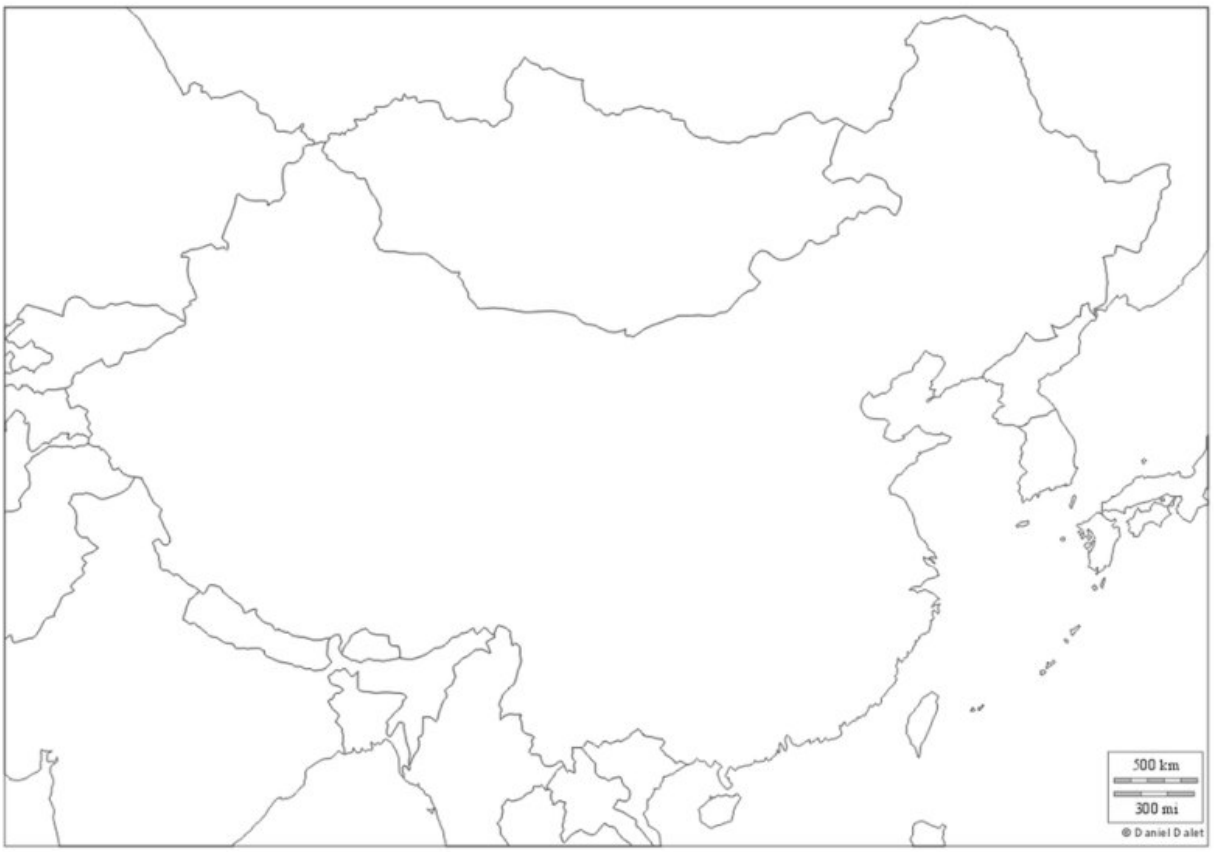
Exercice 9 : À partir du texte suivant, construisez un croquis ayant pour thème le tourisme en Chine. (N'hésitez pas à faire des recherches sur internet pour localiser les villes et régions chinoises).

Les espaces du tourisme en Chine

L'ouverture du pays et la massification du tourisme à l'échelle mondiale se traduisent en Chine par l'augmentation du tourisme international. Ainsi, chaque année, les touristes étrangers sont plus nombreux à visiter la Chine : 18 millions de touristes asiatiques sont venus en 2016, représentant 64% des 59.2 millions de touristes internationaux, tandis que les Européens forment 20 % du total et les Américains du nord 10%. Les espaces majeurs du tourisme international en Chine sont formés par la région de Beijing dont la Cité interdite et la Grande muraille sont des incontournables et par la région de Xi An (armée enterrée). Quatre sites, classés au patrimoine mondial de l'Unesco, sont très attractifs : la Grande muraille le Mont Taishan dans le Shandong haut lieu du confucianisme. Macao et le palais du Potala de Lhassa au Tibet. Cet attrait croissant pour la Chine n'est cependant pas en mesure de dépasser l'appétit formidable des Chinois pour découvrir le monde (135 millions de touristes chinois à l'étranger en 2016) et surtout leur propre pays.

Encouragé par le gouvernement qui y voit un vecteur du nationalisme chinois et un moyen de développer le marché économique intérieur et de soutenir la croissance, le tourisme domestique est en pleine expansion. Les touristes chinois, qui sont pour les trois quarts des urbains, veulent découvrir le patrimoine historique, culturel ou paysager de leur nation ainsi que les grandes villes côtières. Le littoral, dont celui de l'île de Hainan localise quelques stations balnéaires. Quatre régions touristiques sont particulièrement attractives celle de la capitale, celle de Shanghai qui s'étend jusqu'à Nanjing, celle plus vaste qui comprend le delta de la Rivière des Perles Hong Kong, Macao et l'île de Hainan, et enfin le Yunnan. Le pays compte aussi 13 des 20 parcs à thème d'Asie et le parc de Disney ouvert à Pudong (Shanghai) en 2016 concurrence celui de Hong Kong, mis en service en 2005. Les sports d'hiver dans le Heilongjiang comme l'œnotourisme dans le Shandong sont récents et très localisés.

Véronique Ziegler, Hatier


500 km
300 mi
© Daniel Dalet

Corrigés :

Exercice 1 : Comment la République s'affirme-t-elle de 1870 à 1914 ?

Vous expliquerez les difficultés rencontrées lors de l'installation de la République, puis comment la République est parvenue à triompher de ses adversaires, et enfin l'affirmation de la République au début du XXe siècle.

Comment : Interroge les moyens, les manières, les façons de.

La République : C'est une notion dont vous devez connaître la définition par cœur. C'est un régime politique, qui porte des valeurs.

S'affirme : Ce terme mérite lui aussi d'être interrogé. Le Larousse donne pour définition : « se manifester nettement », « devenir plus fort », « manifester clairement une aptitude, une opinion ». Ce terme suggère donc, non seulement qu'au début, la République n'est pas forte, qu'elle a besoin de s'affirmer, mais aussi qu'ensuite, elle y parvient.

Il faudra donc se demander, par quels moyens, de quelles façons, la République parvient à devenir plus forte entre 1870 et 1914, ce qui suppose d'expliquer les forces qui s'opposent à la République.

1870-1914 : Les bornes du sujet sont ici assez évidentes, l'erreur serait d'écrire que 1914 correspond à la fin de la IIIe République.

Exercice 2 : Comment la République s'affirme-t-elle de 1870 à 1914 ?

Vous expliquerez les difficultés rencontrées lors de l'installation de la République, puis comment la République est parvenue à traverser différentes crises, et enfin l'affirmation de la République au début du XXe siècle.

Soulignez les différentes parties, recopiez-les en les espaçant sur une feuille de brouillon, puis tentez de dégager des sous-parties, en vous appuyant sur des arguments (reprenez votre cour). Ces arguments devront ensuite être expliqués, et illustrées d'exemples.

I) Les difficultés rencontrées lors de l'installation de la République.
   a) Le République est proclamé dans un contexte difficile
      - Contexte de défaite militaire
      - Commune de Paris
   b) Le régime Républicain est contesté
      - Les monarchistes majoritaires à l'assemblée
      - 1873, Mac Mahon prend le pouvoir…jusqu'à la crise de 1877.
   c) La République soutenue finalement par les Français
      -La République apporte des droits au français
      - Ces droits permettent aux partis républicains de remporter des élections.
      - Le succès des funérailles de Victor Hugo (1885)

II) La République parvient à traverser différentes crises
   a) La crise boulangiste (1887-1889)

- Le général Boulanger parvient à regrouper toutes les forces anti républicaines.
- Critique du parlementarisme
- L'union des républicains face à Boulanger et son exil.

b) La crise de Panama (1892)
- Une corruption à l'assemblée nationale
- Des députés républicains discrédités

c) L'insurrection des anarchistes (1892-1894)
- « L'action directe » comme procédé
- Une série d'attentats qui atteint le sommet de l'État
- Répression et victoire de la République.

d) L'affaire Dreyfus, la République divisée
- Origines de l'affaire
- Accusations nationalistes et antisémites
- L'émergence d'un discours intellectuel public
- Le constat d'une République divisée.

III) Au début du XXe, une République solidement établie en France

a) Une république qui affirme sa volonté réformatrice
-Loi de 1901 sur les associations
- Loi de 1905 sur la laïcité

b) Une république enracinée grâce à la diffusion de ses valeurs
- Par l'école
- Par des rites et des fêtes (14 juillet)
- Par son inscription dans le paysage et dans le quotidien (place, rue, avenue, Marianne sur les pièces…)

c) Une république encore critiquée
- La question des femmes (droit de vote, revendications)

Exercice 3 : Comment les espaces industriels français sont-ils touchés par la mondialisation ?

Vous expliquerez la recomposition des espaces industriels français dans le cadre de la NDIT, puis la polarisation des espaces industriels sur le territoire français.

Trouvez le plan et les principaux arguments pour répondre à cette problématique.

I. Une recomposition des espaces productifs industriels dans le cadre de la NDIT

A. Une concurrence croissante à l'échelle mondiale
B. Une nécessaire spécialisation dans les secteurs innovants et de haute technologie

II. Une polarisation des espaces productifs industriels

A. Des espaces industriels polarisés par les métropoles
B. Des espaces industriels polarisés autour des nœuds de communication
C. Des espaces industriels polarisés par les technopôles

Exercice 4 : Comment la République s'affirme-t-elle de 1870 à 1914 ?

Vous expliquerez les difficultés rencontrées lors de l'installation de la République, puis comment la République est parvenue à traverser différentes crises, et enfin l'affirmation de la République au début du XXe siècle.

Consigne : quel est le contexte le plus intéressant pour ce sujet ? Réalisez l'introduction.

Pour ce sujet, quel contexte est le plus pertinent ? Économique ? Social ? Politique ?

Il s'agit d'une question sur la République, et donc essentiellement une question politique. Le contexte doit donc présenter la situation politique en 1870.

Les bornes et les notions à définir ont déjà été vues dans l'analyse du sujet.

Correction : La République est un régime politique dans lequel les représentants sont élus, mais pas uniquement, c'est aussi un ensemble de valeurs, tel que la liberté ou l'égalité. En 1870, lorsque la IIIème République est proclamée après presque 20 années passées sous le 2nd Empire de Napoléon III, ce choix de régime politique n'est pas une évidence : La première République n'a jamais véritablement fonctionné, et la deuxième n'a duré que 4 ans. Beaucoup sont partisans d'un pouvoir fort. Pourtant, jusqu'en 1914, date du début de la Première Guerre mondiale, la République parvient à s'affirmer en France (le territoire métropolitain, même si l'on peut évoquer aussi les colonies), c'est-à-dire à s'installer et devenir plus forte, et ce malgré différentes crises qui la traverse. Nous pouvons donc nous demander comment la République s'affirme-t-elle de 1870 à 1914 ? Nous expliquerons dans un premier temps la quête de légitimité républicaine dans ses premières années, puis nous verrons que la République est parvenue à surmonter différentes crises, et enfin que la République paraît consolidée dans les années précédant la Première Guerre mondiale.

Exercice 5 : En quoi la littoralisation participe-t-elle à la recomposition des activités productives dans le monde ?

Expliquez l'attractivité des littoraux pour les activités productives, puis que cette attractivité repose sur la maritimisation et les aménités, et enfin que ces activités sont inégalement réparties sur les littoraux.

Consigne : Réalisez l'introduction.

Proposition d'introduction

Les complexes industrialo-portuaires, comme celui de Rotterdam, concentrent les activités industrielles et sont des lieux d'échanges importants, ce qui en fait des espaces stratégiques dans la mondialisation. Cette place centrale est liée au processus de littoralisation, qui désigne la concentration croissante des hommes et des activités sur les littoraux, à l'échelle mondiale. C'est désormais là que se trouvent les principales activités productives, c'est-à-dire les activités économiques générant de la richesse par la transformation de matières premières en biens manufacturés ou par la prestation de services. Il s'agit d'un processus mondial reposant sur l'accroissement des échanges par voie maritime et sur l'attractivité des littoraux. Il concerne aussi bien des activités industrielles que des activités tertiaires, comme le tourisme ou les services. Comment la concentration des hommes et des activités sur les littoraux modifie-t-elle l'organisation des activités productives et de leurs espaces dans le monde ? Dans un premier temps, nous verrons que les littoraux sont de plus en plus attractifs pour les activités productives. Nous montrerons

ensuite que cette attractivité repose sur la maritimisation de l'économie et le développement des aménités littorales. Enfin, nous soulignerons l'inégale répartition des activités productives sur les littoraux.

Exercice 6 : Comment la République s'affirme-t-elle de 1870 à 1914 ?

Vous expliquerez les difficultés rencontrées lors de l'installation de la République, puis comment la République est parvenue à traverser différentes crises, et enfin l'affirmation de la République au début du XXe siècle.
Consigne : Réalisez la conclusion.

En 1870, la République est proclamée alors que le contexte ne lui est pas favorable (contexte politique intérieur, de politique extérieure), elle finit par s'imposer grâce au soutien des Français, qui se concrétise dans les urnes. Elle doit tout de même supporter différentes crises, qui remettent en cause le parlementarisme, la corruption de certains députés, des oppositions fortes d'extrême gauche et d'extrême droite. Au début du XXe siècle, la République semble être durablement installée. Devenue familière aux Français, les valeurs qui lui sont associées sont largement partagées, même si elle fait encore l'objet de critiques.

La République est donc parvenue à s'affirmer en se consolidant face aux crises, et en réformant durablement la société, sur la base de valeurs communes.

En 1914, lorsque la Première Guerre mondiale éclate, certaines de ces valeurs sont remises en cause. Par exemple la presse doit de nouveau faire face à la censure.

Exercice 7 : sujet guidé d'analyse de document.

En quoi, la métropolisation, est-elle à la fois un facteur d'uniformité et un facteur de progrès ?

Aborder le sujet :

1) Réalisez l'analyse de la consigne, avez-vous vu le plan ?

Plusieurs termes à définir. Le terme de métropolisation est à connaître. Un facteur est, dans ce sens-là, une cause, un élément qui concourt à un résultat. Uniformité signifie « semblable dans toutes ses parties », « qui ne présente aucune variété ». L'idée de « progrès » est très complexe, mais ici simplement c'est « une transformation vers le mieux ».

Le plan est très visible, d'abord la métropolisation comme facteur d'uniformité, ensuite la métropolisation comme facteur de progrès.

2) Surlignez dans le document de couleurs différentes, les éléments que vous pouvez exploiter.

Nous vous laissons le choix des éléments à souligner, certains choix sont plus pertinents. Pour la première partie, les éléments se trouvent dans le premier paragraphe, pour la seconde partie, dans le second.

3) À quoi le sujet nous invite-il ? À quelle échelle le sujet doit-il être abordé ?

La question « En quoi ? » invite à trouver des arguments. Il faut donc justifier que le phénomène de métropolisation conduit les métropoles à toutes se ressembler, puis justifier que les transformations induites par la métropolisation sont positives.

Comprendre le document :

4) À quelles recompositions intra-métropolitaines le texte fait-il allusion ? Pourquoi la métropolisation risque-t-elle d'entraîner une uniformisation des métropoles ?

Le texte fait référence à la modernisation des centres des grandes métropoles avec la réalisation de quartiers modernes où les touristes et habitants retrouvent les mêmes enseignes mondialisées et rassurantes (« cadre urbain rassurant pour des voyageurs en quête de repères »). C'est le concept de « McDonaldization du monde » employé par le sociologue G. Ritzer. L'auteur met aussi en évidence la gentrification en cours dans les centres des grandes métropoles : « Partout, les mêmes aéroports, le même mobilier urbain, des quartiers d'affaires centraux, parfois avec gentrification du centre-ville. »

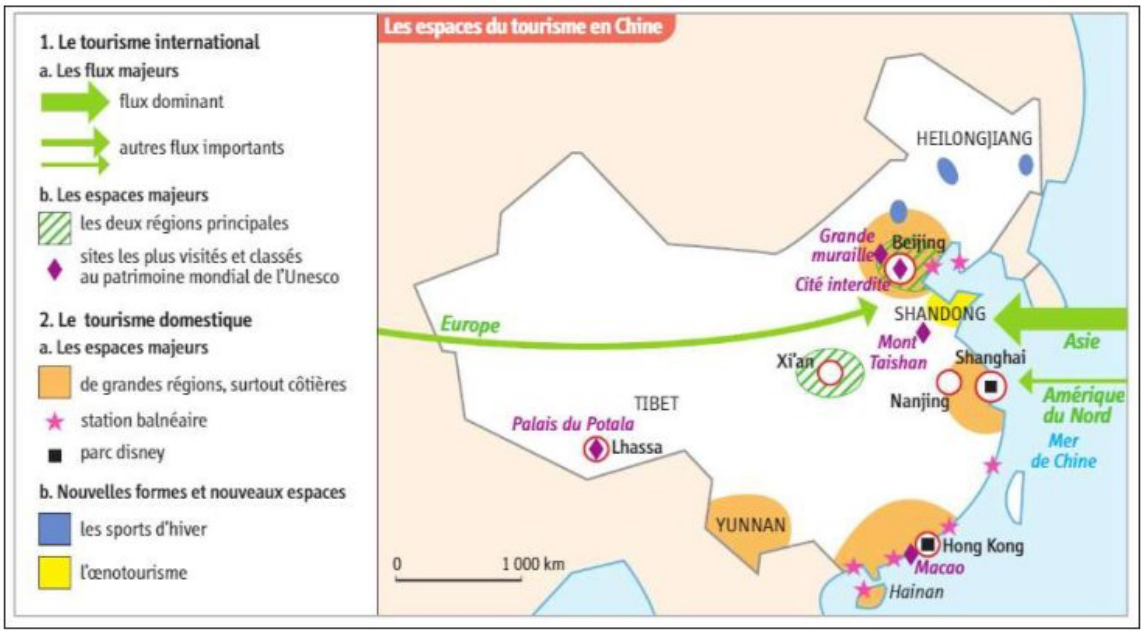
5) Quelles sont les limites de cette uniformisation ? Quelles relations ces limites ont-elles avec le métropolisation ?

Cette uniformisation a des limites car si les villes se ressemblent toutes en perdant leur identité et leur histoire, elles perdent alors leur intérêt et deviennent moins attractives, notamment touristiquement. C'est le sens de la phrase rapportée du géographe Jacques Lévy : « À une époque où le tourisme est une industrie, si les villes étaient toutes identiques, personne n'aurait envie de s'y rendre. » Les métropoles ont intérêt à conserver leurs spécificités architecturales, culturelles et patrimoniales afin de rester attractives. Ainsi, elles ne tombent pas dans des formes de banalisation de leur modèle urbain. En entretenant leurs différences, elles se distinguent des autres métropoles et peuvent conserver leur place dans les classements mondiaux.

6) Pourquoi les acteurs des métropoles émergentes et des villes du Sud perçoivent-ils positivement ces mutations ?

Selon les acteurs des métropoles émergentes et des villes du Sud, la diffusion d'un modèle urbain et sa banalisation ne sont pas des mutations perçues négativement. Au contraire, ces mutations urbaines sont synonymes de progrès et de salubrité permettant de lutter contre la diffusion des bidonvilles : « la diffusion des modèles urbains occidentaux est un succès. Mieux vaut un quartier standardisé et sain qu'un bidonville insalubre ».

Exercice 9 : À partir du texte suivant, construisez un croquis ayant pour thème le tourisme en Chine. (N'hésitez pas à faire des recherches sur internet pour localiser les villes et régions chinoises).


1. Le tourisme international
a. Les flux majeurs
flux dominant
autres flux importants
b. Les espaces majeurs
les deux régions principales
sites les plus visités et classés au patrimoine mondial de l'Unesco
2. Le tourisme domestique
a. Les espaces majeurs
de grandes régions, surtout côtières
station balnéaire
parc disney
b. Nouvelles formes et nouveaux espaces
les sports d'hiver
l'œnotourisme
Les espaces du tourisme en Chine
HEILONGJIANG
Grande muraille
Beijing
Cité interdite
SHANDONG
Europe
Asie
Mont Taishan
Xi'an
Shanghai
Nanjing
Amérique du Nord
Mer de Chine
TIBET
Palais du Potala
Lhassa
YUNNAN
Hong Kong
Macao
Hainan
0
1 000 km

Question problématisée/ Première partie					
Barème /2	2	1,5 ou 1	1 ou 0,5	0,5 ou 0	**Note choisie**
Introduction	L'introduction présente de manière cohérente et fluide le contexte géographique ou historique, les bornes du sujet et les définitions des termes de celui-ci afin d'amener fort logiquement la problématique.	L'introduction est maladroite sur certains aspects (terme mal défini, contexte mal choisi, limites historique pas expliquée), mais la méthode est connue, la problématique est amenée de manière assez cohérente.	L'introduction est maladroite sur plusieurs aspects (termes mal définis, contexte mal choisi, limites historiques pas expliquées). La méthode n'est pas correctement appliquée et la problématique n'est pas correctement amenée.	L'introduction manque globalement de cohérence, son principe n'est pas compris. Le contexte n'est pas présenté, les termes ne sont pas définis, et la problématique arrive sans aucune logique. La méthode n'est pas du tout respectée.	
Barème /4	4	entre 3,5 et 2,5	entre 2 et 1	entre 1 et 0	**Note choisie**
Connaissances sur le sujet	Le développement démontre une connaissance fine sur le sujet. L'élève sait utiliser des dates et acteurs clefs en histoire, nommer et localiser des phénomènes et des processus en géographie et développer des exemples précis.	Le développement démontre une bonne ou assez bonne connaissance du sujet. L'élève a su développer quelques exemples et donner quelques repères historiques ou géographiques, employer correctement quelques notions. Mais il manque certains éléments attendus.	Le développement démontre une connaissance limitée du sujet. L'élève a quelques connaissances, quelques repères historiques ou géographiques, certaines notions sont employées sans que l'élève ne fasse la démonstration de leur bonne compréhension. Les lacunes pèsent sur l'ensemble	Le développement souffre d'une grande méconnaissance du sujet. Les évènements ne sont pas situés dans le temps ou dans l'espace. Absence d'exemples développés.	
Barème /3	3	2,5 ou 2	entre 2 et 1	entre 1 et 0	**Note choisie**
Argumentation	Le développement démontre une compréhension fine de la problématique. Le développement est structuré selon des arguments pertinents clairement énoncés. L'élève fait preuve d'une réflexion intéressante sur le sujet.	Le développement démontre une assez bonne compréhension de la problématique. Mais les arguments sont parfois confus, ou pas clairement énoncés.Le devoir est structuré. Présence de quelques petites parties hors sujet. L'élève fait preuve d'une réflexion sur le sujet.	Le développement démontre la compréhension du sujet, mais la problématique est oubliée. Les arguments sont difficilement identifiables par le correcteur. Les connaissances ne sont pas suffisamment rattachées à la problématique. Le devoir est structuré. Présence de plusieurs parties hors sujet.	Le développement s'apparente à une récitation hors sujet du cours, sans rapport avec la problématique. Ou la problématique n'est pas du tout comprise Ou Absence de structure	
Barème /1	1	1 ou 0,5	0,5	0	**Note choisie**
Conclusion	La conclusion permet de tirer un bilan clair du développement, et de répondre de façon nuancée à la problématique.	La conclusion tire un bilan partiel du développement. Mais l'élève répond à la problématique correctement, même si la réponse manque de nuance.	La conclusion répond maladroitement à la problématique, de façon simpliste.	Le principe de la conclusion n'est pas compris. L'élève ne répond pas à la problématique (poursuite du raisonnement, introduction de nouveaux exemples).	
Note finale première partie/ 10 pts					

Etude de documents/ Deuxième partie					
Barème /2	2	1,5 ou 1	1 ou 0,5	0,5 ou 0	**Note choisie**
Introduction	L'introduction présente de manière cohérente une définition du sujet, le ou les documents afin de faire émerger une problématique totalement adaptée au sujet.	L'introduction est maladroite sur certains aspects (sujet mal défini, présente partielle des documents). La problématique est cohérente avec le sujet.	L'introduction est maladroite sur plusieurs aspects (sujet peu défini, présentation des documents très partielle). La méthode n'est pas correctement appliquée, l'introduction ne permet pas d'amener la problématique de façon cohérente et logique.	L'introduction manque globalement de cohérence, son principe n'est pas compris. Le sujet n'est pas défini, les documents ne sont pas présentés et l'ensemble ne permet pas d'amener de façon logique la problématique. La méthode n'est pas du tout respectée.	
Barème /3	3	2,5 ou 2	entre 2 et 1	entre 1 et 0	**Note choisie**
Utilisation du ou des documents (citations)	L'élève fait référence régulièrement au(x) document(s). Les informations sont triées, les citations sont pertinentes et en rapport avec les idées présentées.	L'élève cite le(s) document(s), mais celles-ci ne sont pas forcément pertinentes. Les éléments cités n'apportent que peu de sens aux idées présentées.	L'élève cite très peu le document. Quelques références qui n'apportent que peu d'éléments au sujet à traiter.	L'élève ne cite pas le document. Le développement se résume à une présentation d'éléments de connaissances sans jamais exploiter le(s) document(s) proposé(s).	
Barème /4	4	entre 3,5 et 2,5	entre 2 et 1	entre 1 et 0	**Note choisie**
Analyse du ou des documents (réflexion, apport de connaissances personnelles)	L'élève apporte des connaissances pertinentes et totalement en rapport avec les exemples extraits du/ des document(s). Les connaissances sont assurées et le savoir est maîtrisé. L'analyse est pertinente.	L'élève apporte des connaissances mais qui ne sont pas toujours pertinentes au regard des extraits cités du/des documents. L'analyse manque donc parfois de précision.	L'élève apporte quelques connaissances mais qui n'ont pas beaucoup d'intérêt par rapport au(x) document(s). Celles-ci ne sont pas maîtrisées et l'analyse n'est que très partielle.	L'élève n'apporte quasiment aucune connaissances. Il ne fait aucune analyse du/des documents et se contente de la paraphraser sans rien apporter à sa compréhension.	
Barème /1	1	1 ou 0,5	0,5	0	**Note choisie**
Conclusion	La conclusion permet de tirer un bilan clair du développement, et de répondre de façon nuancée à la problématique.	La conclusion tire un bilan partiel du développement. Mais l'élève répond à la problématique correctement, même si la réponse manque de nuance.	La conclusion répond maladroitement à la problématique, de façon simpliste.	Le principe de la conclusion n'est pas compris. L'élève ne répond pas à la problématique.	
Note finale deuxième partie/ 10 pts					

SCIENCES

LES INCONTOURNABLES
1ère

Spécialité mathématiques

Ce qu'il faut savoir en mathématiques à l'entrée en Terminale…

SOMMAIRE

CHAPITRE 1 LES SUITES 4

1. DEFINITION – NOTATION – REPRESENTATION GRAPHIQUE 4
A. DEFINITION 4
B. NOTATION 4
C. REPRESENTATION GRAPHIQUE 4
2. MODES DE GENERATION D'UNE SUITE 5
A. SUITE DE TERME GENERAL $un = fn$ (SUITE DEFINIE PAR UNE FORME EXPLICITE) 5
B. SUITE DEFINIE PAR UNE RELATION DE RECURRENCE (D'ORDRE1) $un + 1 = fun$ 5
3. SUITES ARITHMETIQUES 8
A. DEFINITION 8
B. RECONNAITRE UNE SUITE ARITHMETIQUE 8
C. EXPRESSION DU TERME GENERAL EN FONCTION DE N 8
D. SOMME DES N PREMIERS TERMES D'UNE SUITE ARITHMETIQUE 9
4. SUITES GEOMETRIQUES 10
A. DEFINITION 10
B. EXPRESSION DU TERME GENERAL EN FONCTION DE N 11
C. SOMME DES PREMIERS TERMES D'UNE SUITE GEOMETRIQUE 12
5. SENS DE VARIATION D'UNE SUITE (MONOTONIE) 12
6. NOTION DE LIMITE 15

CHAPITRE 2 SECOND DEGRE 17

1. FONCTION POLYNOME DE DEGRE 2 17
A. FORME CANONIQUE D'UNE FONCTION POLYNOME DE DEGRE 2 17
B. VARIATIONS ET REPRESENTATION GRAPHIQUE 17
2. RESOLUTION D'UNE EQUATION DU SECOND DEGRE 20
A. DEFINITIONS 20
B. DEMONSTRATION (AU PROGRAMME) DES SOLUTIONS : 20
3. FACTORISATION D'UN TRINOME : 22
4. SIGNE D'UN TRINOME 23
5. EXERCICE D'APPROFONDISSEMENT POUR ALLER PLUS LOIN : 23

CHAPITRE 3 TRIGONOMETRIE 25

1. MESURER UN ANGLE EN RADIANS 25
A. CERCLE TRIGONOMETRIQUE : 25
B. ENROULEMENT DE LA DROITE NUMERIQUE : 25
C. MESURE D'UN ANGLE EN RADIANS : 25
2. COSINUS ET SINUS D'UN NOMBRE REEL 26
A. GENERALITES 26
B. VALEURS REMARQUABLES 27
C. APPLICATION A LA RESOLUTION D'EQUATIONS TRIGONOMETRIQUES : 27
3. FONCTIONS TRIGONOMETRIQUES : DEFINITIONS ET PREMIERES PROPRIETES 28
4. COURBES REPRESENTATIVES 28
5. ETUDE DES FONCTIONS TRIGONOMETRIQUES 29
6. COMPLEMENTS 31

A. CARTES MENTALES 31
B. FICHES DE REVISIONS 32

CHAPITRE 4 PROBABILITÉS CONDITIONNELLES ET INDÉPENDANCE 35

1. RAPPELS 35
A. DEFINITIONS 35
B. PROPRIETES 35
2. PROBABILITE CONDITIONNELLE 36
A. DEFINITION 36
B. PROPRIETES 36
3. ARBRE PONDERE 37
A. EXEMPLE 37
B. REGLES 37
4. PROBABILITES ET INDEPENDANCE 39
A. INDEPENDANCE DE DEUX EVENEMENTS 39
B. SUCCESSION DE DEUX EPREUVES INDEPENDANTES 40
5. EXERCICES 42
A. BAC 42
B. POYNOME DU SECOND DEGRE ET PROBABILITES 42

CHAPITRE 5 VARIABLES ALEATOIRES 44

1. NOTION DE VARIABLE ALEATOIRE 44
2. LOI DE PROBABILITE D'UNE VARIABLE ALEATOIRE 45
3. ESPERANCE, VARIANCE ET ECART TYPE 47
A. DEFINITIONS 47
B. LINEARITE DE L'ESPERANCE 48

CHAPITRE 6 DERIVATION 50

1. NOMBRE DERIVE 50
2. TANGENTE A UNE COURBE 51
3. DERIVEES DES FONCTIONS USUELLES 52
A. DEFINITIONS : 52
B. FORMULES DE DERIVATION DES FONCTIONS USUELLES : 52
C. DEMONSTRATION AU PROGRAMME : NON DERIVABILITE DE LA FONCTION RACINE CARREE EN 0 52
4. OPERATIONS SUR LES FONCTIONS DERIVEES 53
A. SOMME, PRODUIT, INVERSE, QUOTIENT DE DERIVEES 53
B. DERIVEE D'UNE COMPOSEE D'UNE FONCTION AFFINE SUIVIE DE *F* : 54
5. ÉTUDE DES VARIATIONS D'UNE FONCTION 54

CHAPITRE 7 PRODUIT SCALAIRE (1ERE PARTIE) 58

1. DEFINITION ET PROPRIETES 58
A. NORME D'UN VECTEUR 58
B. DEFINITION DU PRODUIT SCALAIRE 58
C. PROPRIETE DE SYMETRIE DU PRODUIT SCALAIRE 59
D. OPERATIONS SUR LES PRODUITS SCALAIRES 59

E. IDENTITES REMARQUABLES 59
2. PRODUIT SCALAIRE ET NORME 59
A. PROPRIETES 59
B. THEOREME D'AL KASHI 60

CHAPITRE 8 PRODUIT SCALAIRE APPLICATIONS (2EME PARTIE) 62

1. PRODUIT SCALAIRE ET ORTHOGONALITE 62
A. VECTEURS ORTHOGONAUX 62
B. PROJECTION ORTHOGONALE 62
2. PRODUIT SCALAIRE DANS UN REPERE ORTHONORME 64

CHAPITRE 9 FONCTION EXPONENTIELLE 66

1. FONCTION EXPONENTIELLE 66
2. PROPRIETES ALGEBRIQUES 66
A. EXPONENTIELLE D'UNE SOMME : 66
B. EXPONENTIELLE DE L'OPPOSE D'UN NOMBRE, D'UNE DIFFERENCE, D'UN PRODUIT : 67
3. NOUVELLE NOTATION ET NOMBRE *E* 68
A. NOMBRE *E* 68
B. NOUVELLE ECRITURE ET PROPRIETES ALGEBRIQUES 68
4. LIEN AVEC LES SUITES GEOMETRIQUES 69
5. PROPRIETES ANALYTIQUES 69
A. SIGNE DE L'EXPONENTIELLE 69
B. VARIATIONS DE LA FONCTION EXPONENTIELLE 69
C. EXPONENTIELLE D'UNE FONCTION AFFINE : 70
6. COURBE REPRESENTATIVE DE LA FONCTION EXPONENTIELLE 71
A. REPRESENTATION GRAPHIQUE : 71
B. FONCTION $x \longmapsto ekx$ 71
7. COMPLEMENTS 71
A. FICHE DE REVISIONS 72
B. CARTE MENTALE 72

CHAPITRE 10 GEOMETRIE REPEREE 73

1. EQUATIONS CARTESIENNES DE DROITES 73
2. ÉQUATION DE DROITE DE VECTEUR NORMAL DONNE 74
3. ÉQUATIONS DE CERCLE 76

CHAPITRE 1 LES SUITES

1. DEFINITION – NOTATION – REPRESENTATION GRAPHIQUE

- Quoi de plus banal
  - ✓ qu'une suite de nombres : la suite des nombres entiers (0, 1, 2, 3, 4…), la suite des nombres premiers (2, 3, 5, 7, 11 …),
  - ✓ la suite des chiffres d'affaires d'une entreprise,
  - ✓ la suite de vos notes en maths etc…

- Pour nous, il s'agira d'une suite de nombres réels qui se suivent. Chaque nombre de la suite, sauf le dernier, doit avoir **un** suivant.

A. DEFINITION

Une suite numérique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une succession de nombres réels ordonnés. A un rang donné n, on associe un nombre réel u_n.

On a $u(n)$ $\quad \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}$

$n \longmapsto u_n$

u_n est appelé le **terme de rang *n*** de la suite $u(n)$

B. NOTATION

- Si l'on veut définir une suite, on commence par lui attribuer un **nom générique** (souvent u, v, w ...).. On parle alors de la suite u ou de la suite v ou de la suite w pour **désigner l'ensemble de ses éléments (appelés les termes).**

- **Chaque terme est numéroté :** le premier, le deuxième, le troisième,…, le cent quinzième etc…

- Pour désigner le terme numéro n de la suite u, deux notations :
  - fonctionnelle :$u(n)$ (u de n),
  - indicielle : u_n (u indice n).

C. REPRESENTATION GRAPHIQUE

Dans le plan muni d'un repère, une suite est représentée par un nuage de points de coordonnées$(n\,;u(n))$ où $n \in \mathbb{N}$

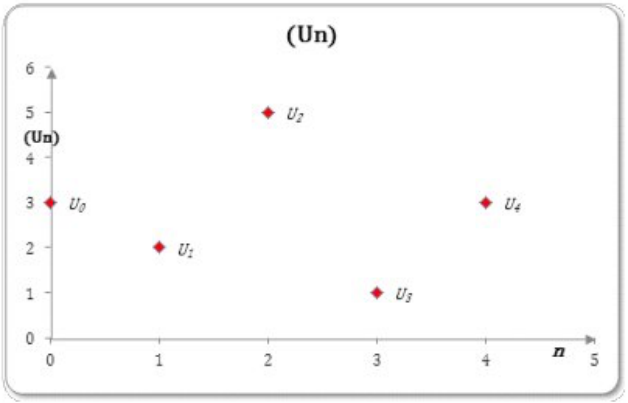
Exemple

La suite $u(n)$ a pour premiers termes les nombres 3, 2, 5, 1, 3

Indice n	0	1	2	3	4
Terme u_n	3	2	5	1	3

Le terme de rang 2 est 5
Le terme qui précède u_2 est u_1
Le terme qui succède u_2 est u_3

(u_n) est représentée par le nuage de points ci-contre.



2. MODES DE GENERATION D'UNE SUITE

A. SUITE DE TERME GENERAL $u_n = f(n)$ (SUITE DEFINIE PAR UNE FORME EXPLICITE)

DEFINITION

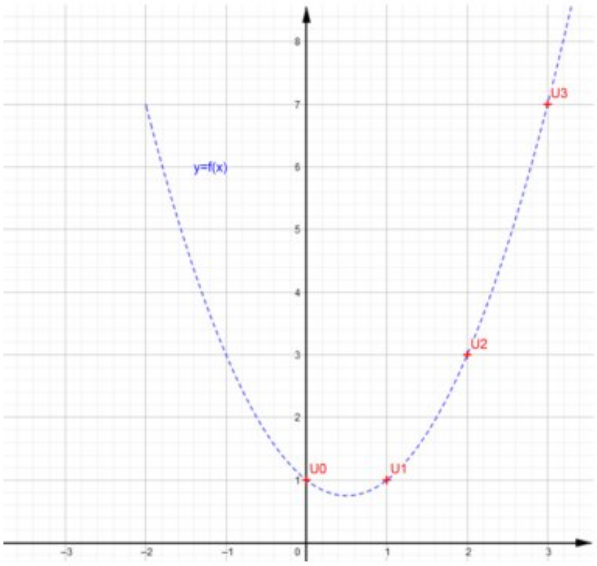
La suite $u(n)$ est donnée par une **formule explicite** lorsque le nombre $u(n)$ est donné en fonction du nombre naturel n. On a donc $\boldsymbol{u_n = f(n)}$.

Dans ce cas, chaque terme u_n s'obtient par un calcul direct à partir de n.

Conséquence
Dans le plan muni d'un repère, les points du nuage représentant une suite de terme général $\boldsymbol{u_n = f(n)}$ sont sur **la courbe représentative de la fonction f**.

Méthode : Représentation graphique et calcul des termes d'une suite définie d'après sa forme explicite

Exercice
Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = f(n)$ avec $f(x) = x^2 - x + 1$



Correction
L'écriture $u_n = n^2 - n + 1$ est une formule explicite de la suite (u_n).

On a
$u_0 = 0^2 - 0 + 1 = 1$
$u_1 = 1^2 - 1 + 1 = 1$
$u_2 = 2^2 - 2 + 1 = 3$

Les points du nuage ont pour coordonnées $\boldsymbol{(0\,;u_0)}$ soit (0 ;1) ; $\boldsymbol{(1\,;u_1)}$ soit(1 ;1) $\boldsymbol{(2\,;u_2)}$ soit (2 ;3) $\boldsymbol{(3\,;u_3)}$ soit (3 ;7) etc…

En cas de difficulté

Vidéo https://youtu.be/VpSK4uLTFhM

B. SUITE DEFINIE PAR UNE RELATION DE RECURRENCE (D'ORDRE1) $u_{n+1} = f(u_n)$

DEFINITION

- Une suite $\boldsymbol{u_n}$ est donnée **sous forme récurrente** lorsque
- un terme de la suite est donné (souvent le premier)
- le nombre u_{n+1}. est donné en fonction de u_n

On a donc $\boldsymbol{u_{n+1} = f(u_n)}$ appelée **relation de récurrence** où f est une fonction.

- Souvent présentée de la façon suivante :

$$\boldsymbol{u_n} : \begin{cases} \boldsymbol{u_0} \\ \boldsymbol{u_{n+1} = f(u_n)} \end{cases} ; (n \in A) \text{ où } A \text{ est une partie non vide de } \mathbb{N}$$

Exemple
On définit la suite (v_n) par :
v_0 = 3 et pour tout n de $\mathbb{N}$, $v_{n+1} = 4v_n - 6$
Les premiers termes de cette suite sont donc :
v_0 = 3,
$v_1 = 4v_0 - 6$ = 4 x 3 – 6 = 6,
$v_2 = 4v_1 - 6$ = 4 x 6 – 6 = 18,
$v_3 = 4v_2 - 6$ = 4 x 18 – 6 = 66.

Méthode : Calculer les termes d'une suite définie par récurrence avec la calculatrice , un algorithme, en Python

Exercice

$$u_n \; définie \; sur \quad par \; : \begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1 \end{cases} ; (n \in \mathbb{N})$$

Calculer le terme de rang n avec la calculatrice , un algorithme, en Python

Correction

Avec le mode suite et la table de la calculatrice

- ✓ Cliquer sur la touche Mode puis Suite
- ✓ Saisie de la suite

Touche « $f(x)$ »
$n_{min=}$ Ø
$u(n) = \frac{1}{2}u(n-1) + 1$
$u(nMin) = -1$

- ✓ Afficher les valeurs

Aller dans « Table » *(2nde graphe)*

- ✓ Afficher la représentation graphique *(Avec l'exemple étudié)*

Aller dans « Fenêtre »
$n_{min=}$ 0
$n_{max=}$ 20
Début tracé =1
Pas tracé=1
$xmin = -1$
$xmax = 20$
$xgrad = 1$
$ymin = -2$
$ymax = 3$
$ygrad = 3$

A l'aide d'un algorithme

Variables	u est un réel n et i et sont des entiers naturels non nuls
Initialisation	u prend la valeur -1 (u_0)
Traitement	POUR i variant de 1 jusqu'à n u prend la valeur 0.5 u +1 Fin de POUR AFFICHER u

A l'aide du langage Python

```
oste=-1
for i in range(1,13):
    oste= 1/2*oste+1
    print ("u"+str(i)+" = "+str(oste))
```

NB : 13 est ici choisi de manière arbitraire

Aller dans « Graphe »

Méthode : Détermination d'un seuil

Exercice

(u_n) semble croissante Déterminer le plus petit entier n_0 tel que pour tout $n > n_0$, $u_n > 1.999$.

Correction

Avec le mode suite et la table de la calculatrice

La calculatrice donne $u_{11} \cong 1.9985$ et $u_{12} \cong 1.9993$ d'où $n_0 = 12$

A l'aide d'un algorithme

Variables : u et s sont des réels, n est un entier naturel non nul

Initialisation : n prend la valeur 0
u prend la valeur -1
s prend la valeur 1.999

Traitement : TANT QUE $u \leq s$
n prend la valeur n+1
u prend la valeur
0.5 u +1
Fin de TANT QUE
AFFICHER n

n	0	1	2	… ….	12
u	-1	½	1.	……	u_{12}
u < 1.999 ?	Oui	Oui	Oui	……	Non

A l'aide du langage Python

```
oste=-1
oseuil= 1.999
n=0
while
oste<oseuil:

oste=1/2*oste+1
      n=n+1
print("Le seuil
est "+str(n))
```

En cas de difficulté

Vidéo https://www.youtube.com/watch?v=D5OAi2_h_bw

3. SUITES ARITHMETIQUES

A. DEFINITION

Une suite arithmétique (u_n) est définie par

- Un premier terme u_0 ou u_p
- Une relation de récurrence $u_{n+1} = u_n + r$, avec r la raison de la suite.

B. RECONNAITRE UNE SUITE ARITHMETIQUE

Une suite est arithmétique lorsque la différence entre deux termes consécutifs est constante.
On a alors $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - u_n = r$

Méthode : Montrer qu'une suite est arithmétique

Exercice
Montrer que la suite définie par $u_n = 2n + 3$ est arithmétique

Correction
On calcule la différence entre deux termes consécutifs quelconques

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - u_n = 2(n+1) + 3 - (2n+3) = 2n + 2 + 3 - 2n - 3 = 2$$

Donc $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - u_n = 2$
La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison 2 et de premier terme $u_0 = 3$

C. EXPRESSION DU TERME GENERAL EN FONCTION DE N

Le terme général u_n d'une suite arithmétique s'exprime en fonction de n de la façon suivante :

- Si le premier terme est u_0, alors : $u_n = u_0 + nr$
- Si le premier terme est u_p, alors : $u_n = u_p + (n-p)r$

Démonstration (à connaître)

La suite commence à u_0.
On peut écrire les égalités suivantes à l'aide de la relation de récurrence.

Lorsqu'on additionne les n égalités, les termes $u_1, u_2, u_3, \dots, u_{n-1}$ s'éliminent.

Il ne reste que le premier terme u_0 et le dernier terme u_n

$$\left.\begin{array}{l} \cancel{u_1} = u_0 + r \\ \cancel{u_2} = \cancel{u_1} + r \\ \cancel{u_3} = \cancel{u_2} + r \\ \dots \\ \cancel{u_{n-1}} = \cancel{u_{n-2}} + r \\ u_n = \cancel{u_{n-1}} + r \end{array}\right\} n \text{ termes}$$

$$u_n = u_0 + nr$$

Méthode : Trouver la forme explicite d'une suite arithmétique à partir de deux termes.

Exercice
Soit une suite (u_n) arithmétique de raison r On donne $u_{17} = 24$ et $u_{40} = 70$
Trouver la raison r et le premier terme u_0. En déduire la forme explicite de la suite.

Correction

1) On exprime u_{40} en fonction de u_{17}. On a alors

$$u_{40} = u_{17} + (40 - 17)r$$
$$\Leftrightarrow u_{40} = u_{17} + 23r$$
$$\Leftrightarrow 23r = u_{40} - u_{17}$$
$$\Leftrightarrow r = \frac{u_{40} - u_{17}}{23} = \frac{70 - 24}{23} = 2$$

2) On peut alors trouver u_0

$$u_{17} = u_0 + 17r$$
$$\Leftrightarrow u_0 = u_{17} - 17r$$
$$\Leftrightarrow u_0 = 24 - 17 \times 2 = -10$$

3) On en déduit alors $u_n = -10 + 2n$

Vidéo
https://www.youtube.com/watch?v=6O0KhPMHvBA&list=PLVUDmbpupCarbgrGmxYnfkNLlSioDg0-5&index=3

D. SOMME DES N PREMIERS TERMES D'UNE SUITE ARITHMETIQUE

Somme des n premiers entiers

$$\mathbf{1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1) + n = \frac{n(n+1)}{2}}$$

Démonstration

$$\begin{array}{l} S_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1) + n \\ +\ S_n = n + (n-1) + \cdots + 3 + 2 + 1 \\ \hline 2S_n = \underbrace{(n+1) + (n+1) + \cdots + (n+1)}_{n\ termes} \end{array}$$

$$2S_n = n(n+1) \Leftrightarrow S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Exemple
Calculer la somme des 100 premiers entiers naturels

$$1 + 2 + 3 + \cdots + 99 + 100 = \frac{100 \times 101}{2} = 50 \times 101 = 5050$$

Somme des n+1 premiers termes
Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0

$$\mathbf{u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n = (n+1)\left(\frac{u_0 + u_n}{2}\right)}$$

Démonstration

$$\begin{aligned} S_n &= u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n \\ &= u_0 + (u_0 + r) + (u_0 + 2r) + \cdots + (u_0 + nr) \\ &= (n+1)u_0 + r(1 + 2 + \cdots + n) \\ &= (n+1)u_0 + r \times \frac{n(n+1)}{2} \\ &= (n+1)\left(u_0 + \frac{nr}{2}\right) \\ &= (n+1)\left(\frac{2u_0 + nr}{2}\right) \\ &= (n+1)\left(\frac{u_0 + (u_0 + nr)}{2}\right) \\ &= (n+1)\left(\frac{u_0 + u_n}{2}\right) \end{aligned}$$

Somme des n-p+1 premiers termes

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_p.

$$S_n = u_p + u_{p+1} + u_{p+2} + \cdots + u_n$$

$$= (n - p + 1)\left(\frac{u_p + u_n}{2}\right)$$

On retiendra la formule suivante

$$S_n = Nombre\ de\ termes \times \frac{Somme\ des\ termes\ extrêmes}{2}$$

(Avec S_n la somme des termes d'une suite arithmétique)

Méthode Calculer la somme des termes d'une suite arithmétique

Exercice

Calculer la somme des nombres impairs inférieurs à 100 puis généraliser ce résultat à la somme des nombres impairs inférieurs à $2n$

Correction

1) Calculer la somme des nombres impairs inférieurs à 100

Il y a 50 nombres impairs inférieurs à 100.

Le premier terme est 1 et le dernier 99, donc

$$S_n = 1 + 3 + 5 + \cdots + 99 = 50 \times \left(\frac{1 + 99}{2}\right) = 50^2 = 2500$$

2) Généraliser ce résultat à la somme des nombres impairs inférieurs à $2n$.

Il y a n nombres impairs inférieurs à $2n$.

$$S_n = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1)$$
$$= n \times \left[\frac{1 + (2n - 1)}{2}\right] = n \times \left(\frac{2n}{2}\right)$$
$$= n^2$$

4. SUITES GEOMETRIQUES

A. DEFINITION

Une suite géométrique (u_n) est définie par

- Un premier terme u_0 ou u_p
- Une relation de récurrence $u_{n+1} = q \times u_n$, avec q la raison de la suite.

Remarque Une suite de termes non nuls est géométrique lorsque le rapport entre deux termes consécutifs est constant. On a alors :$\forall n \in \mathbb{N}, \frac{u_{n+1}}{u_n} = q$

Exemple

Montrer que la suite définie par $u_n = 5^{n+3}$ est géométrique

$$\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = 5^{(n+1)+3} = 5^{n+1+3} = 5 \times 5^{n+3} = 5 \times u_n$$

La suite (u_n) est géométrique de raison $q = 5$ et de premier terme $u_0 = 5^3 = 125$

Méthode : Montrer qu'une suite est géométrique

Exercice
Soit la suite $C_{n+1} = 1.06C_n - 9000$. avec $C_0 = 9000$
On considère la suite auxiliaire (u_n) définie pour tout n de $\mathbb{N}$ par : $u_n = C_n - 150000$
Montrer que (u_n) est une suite géométrique.

Correction

$u_{n+1} = C_{n+1} - 150\,000$
$u_{n+1} = 1{,}06\,C_n - 9\,000 - 150\,000$
$u_{n+1} = 1{,}06\,C_n - 159\,000$
$u_{n+1} = 1{,}06(\,C_n - 150\,000)$
$u_{n+1} = 1{,}06\,u_n$

B. EXPRESSION DU TERME GENERAL EN FONCTION DE N

Le terme général u_n d'une suite géométrique s'exprime en fonction de n de la façon suivante

- Si le premier terme est u_0, alors $u_n = q^n u_0$
- Si le premier terme est u_p, alors $u_n = q^{n-p} u_p$

Méthode Trouver la forme explicite d'une suite géométrique à partir de deux termes.

Exercice
Soit une suite (u_n) géométrique de raison q. On donne $u_7 = 4374$ et $u_5 = 486$.
Trouver la raison q, le premier terme u_0 et u_{10} sachant que la raison est positive.

Correction

1) On exprime u_7 en fonction de u_5, on a alors
$u_7 = q^{7-5}u_5 \Leftrightarrow q^2 = \frac{u_7}{u_5} \Leftrightarrow q^2 = \frac{4374}{486} = 9 \overset{q>0}{\Longrightarrow} q = 3$

2) On peut alors trouver u_0: $u_5 = u_0 q^5 \Leftrightarrow u_0 = \frac{u_5}{q^5} = \frac{486}{283} = 2$

3) $u_{10} = q^{10-7}u_7 = 3^3 \times 4374 = 27 \times 4374 = 118098$

4) La suite (u_n) est donc une suite géométrique de raison 3 et de premier terme $u_0 = 2$

Vidéo
https://www.youtube.com/watch?v=WTmdtbQpa0c&list=PLVUDmbpupCarbgrGmxYnfkNLISioDg0-5&index=8

C. SOMME DES PREMIERS TERMES D'UNE SUITE GEOMETRIQUE

- $\mathbf{1 + q + q^2 + q^3 + \cdots + q^{n-1} + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}}$
- Soit la suite géométrique (u_n) de premier terme u_0 et de raison q

$$\boldsymbol{u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n = u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}}$$

Démonstration (à connaître)
Soit la somme $S_n = 1 + q^2 + q^3 + \cdots + q^{n-1} + q^n$

$S_n = 1 + \cancel{q} + \cancel{q^2} + \cancel{q^3} + \cdots + \cancel{q^{n-1}} + \cancel{q^n}$
-
$q \times S_n = \cancel{q} + \cancel{q^2} + \cancel{q^3} + \cdots + \cancel{q^n} + q^{n+1}$
$S_n - qS_n = 1 - q^{n+1}$

On obtient alors $S_n - qS_n = 1 - q^{n+1} \Leftrightarrow S_n(1 - q) = 1 - q^{n+1} \Leftrightarrow S_n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$

On retiendra la formule suivante

$$\boldsymbol{S_n = 1er\ terme \times \frac{1 - q^{nombre\ de\ termes}}{1 - q}}$$

(Avec S_n la somme des termes d'une suite géométrique de raison q)

En cas de difficulté

Vidéo https://www.youtube.com/watch?v=gUkOjvAiZGA

Exercice -Correction

Vidéo https://www.youtube.com/watch?v=eSDrE1phUXY

5. SENS DE VARIATION D'UNE SUITE (MONOTONIE)

Soit un entier p et une suite numérique (u_n).
- La suite (u_n) est **croissante à partir du rang p** signifie que pour $n \geq p$, on a $u_{n+1} \geq u_n$.
- La suite (u_n) est **décroissante à partir du rang p** signifie que pour $n \geq p$, on a $u_{n+1} \leq u_n$.

Dans chacun des cas, (u_n) est dite monotone

Méthode : déterminer le sens de variation d'une suite

Pour déterminer le sens de variation d'une suite on peut :

- Etudier le signe de la différence $u_{n+1} - u_n$
- Lorsque (u_n) est une suite à termes strictement positifs, comparer $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ à 1 ;
- Lorsque (u_n) est définie de manière explicite, c'est-à-dire telle que $u_{n+1} = (n)$ où f est une fonction connue, étudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}+$
- Dans le cas ou $u_{n+1} = (n)$, se laisser guider par l'énonce. La plupart du temps on étudiera le signe de $u_{n+1} - u_n$

Attention : ce n'est pas parce que f est croissante que la suite sera croissante.

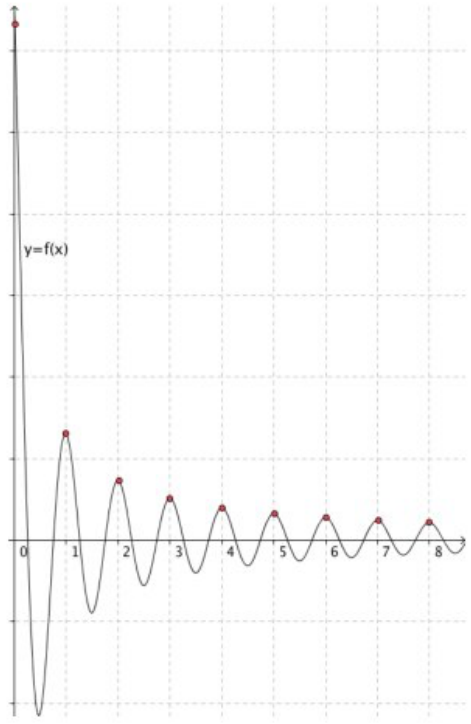
Méthode : Étudier les variations d'une suite à l'aide de la fonction associée

Vidéo https://youtu.be/dPR3GyQycH0

Pour tout n de $\mathbb{N}$, on donne la suite (u_n) définie par : $u_n = \frac{1}{n+1}$.
Démontrer que la suite (u_n) est décroissante.

On considère la fonction associée f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $(x) = \frac{1}{x+1}$.
Ainsi $u_n = f(n)$.
Étudions les variations de f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$:
$f'(x) = \frac{-1}{(x+1)^2}$
Pour tout x de $[0\ ;\ +\infty[$, on a : $f'(x) < 0$.
Donc f est décroissante sur $[0\ ;\ +\infty[$. On en déduit que (u_n) est décroissante.

Remarque :
La réciproque de la propriété énoncée plus haut est fausse.
La représentation suivante montre une suite décroissante alors que la fonction f correspondante n'est pas monotone.



Méthode : Etudier la monotonie d'une suite par différence de deux termes consécutifs

Exercice

(v_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $v_n = \frac{1}{n}$ Montrer que la suite (v_n) est monotone

Correction

Soit $n \in \mathbb{N}^*$

$$v_{n+1} - v_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{n-(n+1)}{n(n+1)} = \frac{-1}{n(n+1)}$$

$n \in \mathbb{N}^*$ donc $\begin{cases} n > 0 \\ n+1 > 0 \end{cases}$ et par suite $n(n+1) > 0$

$$\text{et } \frac{-1}{n(n+1)} < 0$$

Conclusion : pour tout n de $\mathbb{N}^*$, $v_{n+1} - v_n < 0$, donc v_n est strictement décroissante.

Méthode : Etudier la monotonie d'une suite par quotient de deux termes consécutifs

Exercice

(t_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $t_n = \frac{2^{3n}}{3^{2n}}$ Montrer que la suite (v_n) est monotone

Correction

Pour tout n de $\mathbb{N}$,

$$\frac{t_{n+1}}{t_n} = \frac{\frac{2^{3(n+1)}}{3^{2(n+1)}}}{\frac{2^{3n}}{3^{2n}}} = \frac{2^{3(n+1)}}{3^{2(n+1)}} \times \frac{3^{2n}}{2^{3n}} = \frac{2^{3n+3}}{3^{2n+6}} \times \frac{3^{2n}}{2^{3n}} = \frac{2^{3n} \times 2^3}{3^{2n} \times 3^2} \times \frac{3^{2n}}{2^{3n}} = \frac{2^3}{3^2} = \frac{8}{9}$$

Conclusion : pour tout n de $\mathbb{N}$, $t_{n+1} - t_n < 1$, donc v_n est strictement décroissante.

Méthode : Comment répondre à la question : « la suite est-elle monotone ?»

Exercice

(w_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $w_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n$ La suite est-elle monotone ?

Correction

- Méthode 1

On teste quelques valeurs . Si ces quelques valeurs invalident la monotonie, la suite n'est pas monotone. Un contre-exemple suffit !

$\left.\begin{matrix} w_0 = 1 \\ w_1 = -\frac{1}{2} \\ w_2 = \frac{1}{4} \end{matrix}\right\}$ $w_1 < w_0$ et $w_2 > w_1$ donc w_n n'est pas monotone

- Méthode 2

On applique l'une des deux méthodes présentée plus haut

Soit $\in \mathbb{N}$, $w_{n+1} - w_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1} - \left(-\frac{1}{2}\right)^n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n \left[\left(-\frac{1}{2}\right) - 1\right] = \left(-\frac{1}{2}\right)^n \left(-\frac{3}{2}\right)$

Si n est pair, alors $\left(-\frac{1}{2}\right)^n > 0$ d'où $\left(-\frac{1}{2}\right)^n \left(-\frac{3}{2}\right) < 0$

Si n est impair, alors $\left(-\frac{1}{2}\right)^n < 0$ d'où $\left(-\frac{1}{2}\right)^n \left(-\frac{3}{2}\right) > 0$

Ainsi $w_{n+1} - w_n$ ne garde pas un signe constant, donc w_n n'est pas monotone.

Pour aller plus loin..

(t_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} t_0 = 2 \\ t_{n+1} = \sqrt{t_n + 2} \end{cases}$

On montre par récurrence (cf. Terminale) que pour tout $n \, de \, \mathbb{N}$, $t_n = 2$

Donc t_n est constante.

6. NOTION DE LIMITE

A. SUITE CONVERGENTE

Exemple :

Pour tout n de $\mathbb{N} \setminus \{0\}$, on considère la suite (u_n) définie par : $u_n = \frac{2n+1}{n}$.

On construit le tableau de valeurs avec des termes de la suite :

n	1	2	3	4	5	10	15	50	500
u_n	3	2,5	2,333	2,25	2,2	2,1	2,067	2,02	2,002

Plus n devient grand, plus les termes de la suite semblent se rapprocher de 2.
On dit que la suite (u_n) converge vers 2 et on note : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 2$.

B. SUITE DIVERGENTE

Exemples :

- Pour tout n de $\mathbb{N}$, on considère la suite (u_n) définie par : $u_n = n^2 + 1$.
Calculons quelques termes de cette suite :
$u_0 = 0^2 + 1 = 1$,
$u_1 = 1^2 + 1 = 2$,
$u_2 = 2^2 + 1 = 5$,
$u_{10} = 10^2 + 1 = 101$,

u_{100} = 100^2 + 1 = 10001.

Plus n devient grand, plus les termes de la suite semblent devenir grand.
On dit que la suite (u_n) diverge vers $+\infty$ et on note : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.

- Pour tout n de $\mathbb{N}$, on considère la suite (v_n) définie par : $v_{n+1} = (-1)^n v_n$ et $v_0 = 2$.

Calculons les premiers termes de cette suite :

$v_1 = (-1)^0 v_0$ = 2

$v_2 = (-1)^1 v_1$ = –2

$v_3 = (-1)^2 v_2$ = –2

$v_4 = (-1)^3 v_3$ = 2

$v_5 = (-1)^4 v_4$ = 2

Lorsque n devient grand, les termes de la suite ne semblent pas se rapprocher vers une valeur unique. On dit que la suite (u_n) diverge.

CHAPITRE 2 SECOND DEGRE

1. FONCTION POLYNOME DE DEGRE 2

Définition : On appelle **fonction polynôme de degré 2** toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par une expression de la forme :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

où les coefficients a, b et c sont des réels donnés, avec $a \neq 0$.

Exemples et contre-exemples :

- $f(x) = 3x^2 - 7x + 3$
- $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - 5x + \frac{3}{5}$
- $h(x) = 4 - 2x^2$
- $k(x) = (x - 4)(5 - 2x)$

sont des fonctions polynômes de degré 2.

- $m(x) = 5x - 3$ est une fonction polynôme de degré 1 (fonction affine).
- $n(x) = 5x^4 - 7x^3 + 3x - 8$ est une fonction polynôme de degré 4.

A. FORME CANONIQUE D'UNE FONCTION POLYNOME DE DEGRE 2

Propriété :

Toute fonction polynôme f de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ peut s'écrire sous la forme :

$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$, où α et β sont deux nombres réels,

avec $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $= -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$.

Cette dernière écriture s'appelle la **forme canonique** de f.

B. VARIATIONS ET REPRESENTATION GRAPHIQUE

Propriété :

Soit f une fonction polynôme de degré 2 définie par $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$, avec $a \neq 0$.

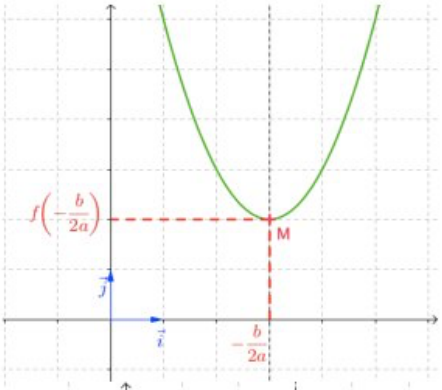
- Si $a > 0$, f admet un minimum pour $x = \alpha$. Ce minimum est égal à β.
- Si $a < 0$, f admet un maximum pour $x = \alpha$. Ce maximum est égal à β.

Remarque :
Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$.

On peut retenir que f admet un maximum (ou un minimum) pour $x = -\dfrac{b}{2a}$.

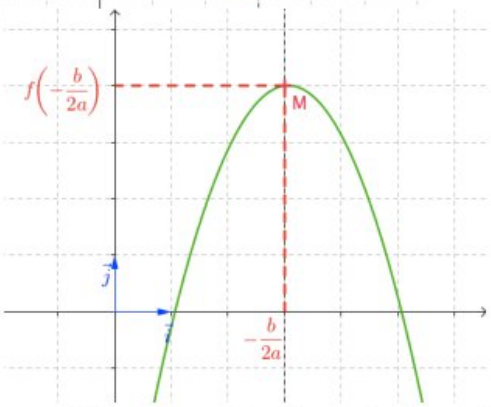
- Si $a > 0$:

x	$-\infty$	$-\dfrac{b}{2a}$	$+\infty$
f	↘	$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	↗



- Si $a < 0$:

x	$-\infty$	$-\dfrac{b}{2a}$	$+\infty$
f	↗	$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	↘



Dans un repère orthogonal $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, la représentation graphique d'une fonction polynôme de degré 2 est une **parabole**.

Le point M de coordonnées $\left(-\frac{b}{2a}\,;\, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$ est le **sommet** de la parabole.

Il correspond au maximum (ou au minimum) de la fonction f.

La parabole possède un **axe de symétrie**. Il s'agit de la droite d'équation $= -\dfrac{b}{2a}$.

Méthode : Représenter graphiquement une fonction polynôme de degré 2

Exercice :
Représenter graphiquement la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 4x$.

Correction :
Commençons par écrire la fonction f sous sa forme canonique :

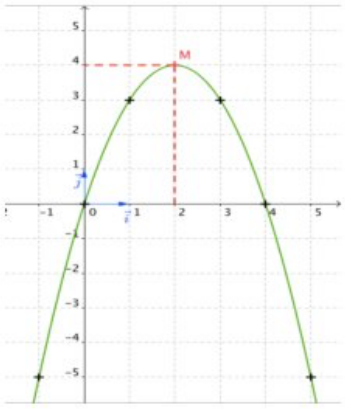
$$\begin{aligned} f(x) &= -x^2 + 4x \\ &= -(x^2 - 4x) \\ &= -(x^2 - 4x + 4 - 4) \\ &= -((x-2)^2 - 4) \\ &= -(x-2)^2 + 4 \end{aligned}$$

f admet donc un maximum en 2 égal à
$f(2) = -(2-2)^2 + 4 = 4$

Les variations de f sont donc données par le tableau suivant :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
f		↗	4	↘	

On obtient la courbe représentative de f ci-contre.



En cas de difficulté, voir : **Vidéo** https://youtu.be/KK76UohzUW4

Méthode : Déterminer les caractéristiques d'une parabole

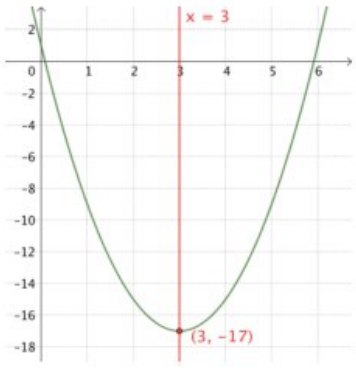
Exercice :
Déterminer l'axe de symétrie et le sommet de la parabole d'équation $y = 2x^2 - 12x + 1$.

Correction :

- La parabole possède un axe de symétrie d'équation $= -\dfrac{b}{2a}$, soit $x = -\dfrac{-12}{2\times 2} = 3$.
La droite d'équation $x = 3$ est donc axe de symétrie de la parabole d'équation $y = 2x^2 - 12x + 1$.

- Les coordonnées de son sommet sont : $\left(-\frac{b}{2a}\ ;\ f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$, soit :
$(3\,; 2\times 3^2 - 12\times 3 + 1) = (3\ ;\ -17)$
Le point de coordonnées $(3\ ;\ -17)$ est donc le sommet de la parabole.

$a = 2 > 0$, ce sommet correspond à un minimum.



En cas de difficulté, voir **Vidéo** https://youtu.be/7IOCVfUnoz0

2. RESOLUTION D'UNE EQUATION DU SECOND DEGRE

A. DEFINITIONS

Définition : Une **équation du second degré** est une équation de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ où a, b et c sont des réels avec $a \neq 0$.
Une solution de cette équation s'appelle une **racine** du trinôme $ax^2 + bx + c$.

Définition : On appelle **discriminant** du trinôme $ax^2 + bx + c$, le nombre réel, noté Δ, égal à $b^2 - 4ac$.

B. DEMONSTRATION (AU PROGRAMME) DES SOLUTIONS :

Vidéo https://youtu.be/7VFpZ63Tgis

On a vu que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ peut s'écrire sous sa forme canonique :

$f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$ avec $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $= -\frac{b^2-4ac}{4a}$.

$ax^2 + bx + c = 0$ peut donc s'écrire :

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} = 0$$

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a} = 0$$

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{4a}$$

$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2}$ car a est non nul.

- **Si $\Delta < 0$:** Comme un carré ne peut être négatif $\left(\frac{\Delta}{4a^2} < 0\right)$, l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'a pas de solution.
- **Si $\Delta = 0$:** L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ peut s'écrire :

  $$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0$$

  L'équation n'a qu'une seule solution : $x_0 = -\frac{b}{2a}$
- **Si $\Delta > 0$:** L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ est équivalente à :

  $x + \frac{b}{2a} = -\sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}}$ ou $x + \frac{b}{2a} = \sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}}$

  $x + \frac{b}{2a} = -\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$ ou $x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$

  $x = -\frac{\sqrt{\Delta}}{2a} - \frac{b}{2a}$ ou $x = \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} - \frac{b}{2a}$

  $x = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ ou $x = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

  L'équation a deux solutions distinctes : $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ ou $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

Ainsi :

Propriété : Soit Δ le discriminant du trinôme $ax^2 + bx + c$.
- Si $\Delta < 0$: L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'a pas de solution réelle.
- Si $\Delta = 0$: L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ a une unique solution : $x_0 = \frac{-b}{2a}$.
- Si $\Delta > 0$: L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ a deux solutions distinctes :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}.$$

Méthode : Résoudre une équation du second degré

Exercice :

Résoudre les équations suivantes :

a) $2x^2 - x - 6 = 0$ b) $2x^2 - 3x + \frac{9}{8} = 0$ c) $x^2 + 3x + 10 = 0$

Correction :

a) Calculons le discriminant de l'équation $2x^2 - x - 6 = 0$:

$a = 2$, $b = -1$ et $c = -6$ donc $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 2 \times (-6) = 49$.

Comme $\Delta > 0$, l'équation possède deux solutions distinctes :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1)-\sqrt{49}}{2\times 2} = -\frac{3}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1)+\sqrt{49}}{2\times 2} = 2$$

b) Calculons le discriminant de l'équation $2x^2 - 3x + \frac{9}{8} = 0$:

$a = 2$, $b = -3$ et $c = \frac{9}{8}$ donc $\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 2 \times \frac{9}{8} = 0$.

Comme $\Delta = 0$, l'équation possède une unique solution :

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-3}{2\times 2} = \frac{3}{4}$$

c) Calculons le discriminant de l'équation $x^2 + 3x + 10 = 0$:

$a = 1$, $b = 3$ et $c = 10$ donc $\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 1 \times 10 = -31$.

Comme $\Delta < 0$, l'équation ne possède pas de solution réelle.

Propriété utile : La somme S et le produit P des racines d'un polynôme du second degré de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ sont donnés par : $S = -\frac{b}{a}$ et $= \frac{c}{a}$.

3. FACTORISATION D'UN TRINOME :

Propriété : Soit f une fonction polynôme de degré 2 définie sur R par $f(x) = ax^2 + bx + c$.
- Si $\Delta = 0$: Pour tout réel x, on a : $f(x) = a(x - x_0)^2$.
- Si $\Delta > 0$: Pour tout réel x, on a : $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Remarque : Si $\Delta < 0$, il n'existe pas de forme factorisée de f.

Méthode : Factoriser un trinôme

Exercice :
Factoriser les trinômes suivants : a) $4x^2 + 19x - 5$ b) $9x^2 - 6x + 1$

Correction :
a) On cherche les racines du trinôme $4x^2 + 19x - 5$:

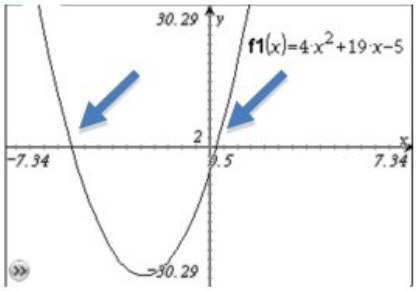
Calcul du discriminant : $\Delta = 19^2 - 4 \times 4 \times (-5) = 441$

Les racines sont : $x_1 = \frac{-19-\sqrt{441}}{2\times4} = -5$ et $x_2 = \frac{-19+\sqrt{441}}{2\times4} = \frac{1}{4}$

On a donc :
$4x^2 + 19x - 5 = 4\left(x - (-5)\right)\left(x - \frac{1}{4}\right)$
$= (x + 5)(4x - 1)$.

Une vérification à l'aide de la calculatrice n'est jamais inutile !

On peut lire une valeur approchée des racines sur l'axe des abscisses.

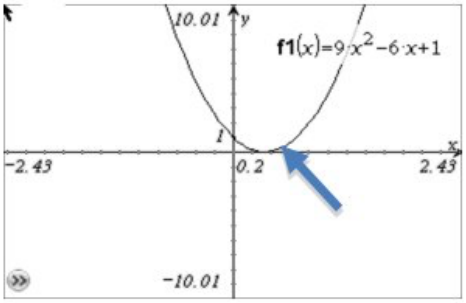


b) On cherche les racines du trinôme $9x^2 - 6x + 1$:

Calcul du discriminant : $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 9 \times 1 = 0$

La racine (double) est : $x_0 = -\frac{-6}{2\times9} = \frac{1}{3}$

On a donc :
$9x^2 - 6x + 1 = 9\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = (3x - 1)^2$.



En cas de difficulté : Vidéo https://youtu.be/eKrZK1lisc8

4. SIGNE D'UN TRINOME

Vidéo https://youtu.be/sFNW9KVsTMY
Vidéo https://youtu.be/pT4xtl2Yg2Q
Vidéo https://youtu.be/JCVotquzlIA

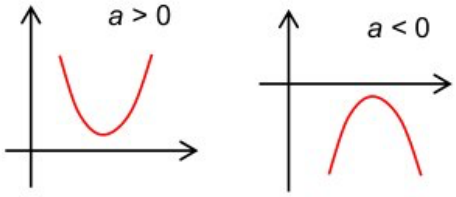
Remarque préliminaire :
Pour une fonction polynôme de degré 2 définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$:
- si $a > 0$, sa représentation graphique est une parabole tournée vers le haut :
- si $a < 0$, sa représentation graphique est une parabole tournée vers le bas :



Propriété : Soit f une fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$.

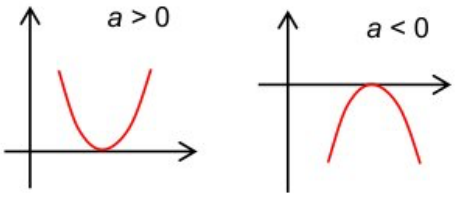
- Si $\Delta < 0$:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	Signe de a	



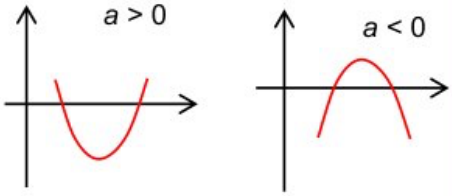
- Si $\Delta = 0$:

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f(x)$	Signe de a	Signe de a	



- Si $\Delta > 0$:

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$f(x)$	Signe de a	Signe opposé de a	Signe de a	



Méthode : Résoudre une inéquation du second degré

Vidéo https://youtu.be/AEL4qKKNvp8

5. EXERCICE D'APPROFONDISSEMENT POUR ALLER PLUS LOIN :

Résoudre l'inéquation $\frac{1}{x^2-x-6} \geq 2$

Correction :

$\frac{1}{x^2-x-6} \geq 2$ équivaut à $\frac{1}{x^2-x-6} - 2 \geq 0$

Soit : $\frac{1}{x^2-x-6} - \frac{2(x^2-x-6)}{x^2-x-6} \geq 0$

Soit encore : $\frac{-2x^2+2x+13}{x^2-x-6} \geq 0$

- On commence par déterminer les racines du trinôme $x^2 - x - 6$:
Le discriminant est $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 25$ et ses racines sont :

$x_1 = \frac{1-\sqrt{25}}{2\times1} = -2$ et $x_2 = \frac{1+\sqrt{25}}{2\times1} = 3$

Les valeurs –2 et 3 annulent le dénominateur (valeurs interdites).
On résout donc l'équation dans $\mathbb{R} - \{-2\,;3\}$.

- On détermine les racines du trinôme $-2x^2 + 2x + 13$:
Le discriminant est $\Delta' = 2^2 - 4 \times (-2) \times 13 = 108$ et ses racines sont :

$x_1' = \frac{-2-\sqrt{108}}{2\times(-2)} = \frac{1+3\sqrt{3}}{2}$ et $x_2' = \frac{-2+\sqrt{108}}{2\times(-2)} = \frac{1-3\sqrt{3}}{2}$

- On obtient le tableau de signe :

x	$-\infty$	$\frac{1-3\sqrt{3}}{2}$	-2	3	$\frac{1+3\sqrt{3}}{2}$	$+\infty$
$-2x^2+2x+13$	–	0	+	+	+	0 –
x^2-x-6	+	+	0	– 0	+	+
$\frac{-2x^2+2x+13}{x^2-x-6}$	–	0	+ ‖	– ‖	+	0 –

L'ensemble des solutions de l'inéquation $\frac{1}{x^2-x-6} \geq 2$ est :

$$\left[\frac{1-3\sqrt{3}}{2}\,;-2\right[\cup \left]3\,;\frac{1+3\sqrt{3}}{2}\right]$$

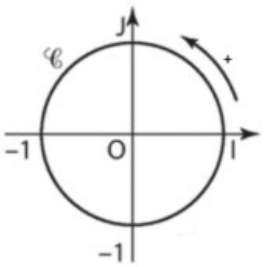
CHAPITRE 3 TRIGONOMETRIE

1. MESURER UN ANGLE EN RADIANS

A. CERCLE TRIGONOMETRIQUE :

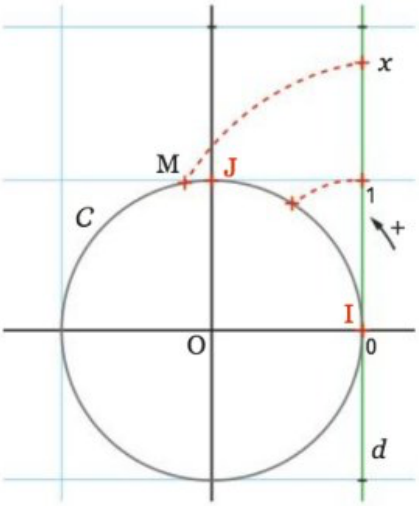
Définition : soit (O,I,J) un repère orthonormé.
Le cercle trigonométrique C est le cercle de centre O et de rayon 1 orienté dans le sens inverse de celui des aiguilles d'une montre, appelé sens direct ou encore sens trigonométrique.

Le périmètre du cercle trigonométrique est égal à $p = 2\pi r = 2\pi \times 1 = 2\pi$.



B. ENROULEMENT DE LA DROITE NUMERIQUE :

On place la droite numérique perpendiculaire à (OI) en I de telle manière que son origine coïncide avec le point I et on l'oriente dans le sens de O vers J.



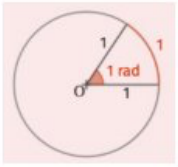
Définition : à chaque nombre réel x de la droite numérique, on associe un unique point M du cercle trigonométrique que l'on appelle **point image**.

Propriété :
Deux nombres réels x et x' de la droite numérique ont le même point image sur le cercle trigonométrique si et seulement si $x' = x + k \times 2\pi$, avec $k \in \mathbb{Z}$.

Exemple :
$\pi + 2\pi = 3\pi$ et $\pi + (-4) \times 2\pi = \pi - 8\pi = -7\pi$ donc les réels π, 3π et -7π ont le même point image : le point de coordonnées (–1 ; 0).

C. MESURE D'UN ANGLE EN RADIANS :

Définition : on considère le cercle trigonométrique C.
Le radian est la mesure d'un angle au centre qui intercepte sur C un arc de longueur 1.
Par conséquent, 360° = 2π rad, 180° = π rad
et 1 rad = $\frac{180}{\pi}$ soit 1 rad ≈ 57,3°.



Les mesures en radians sont donc proportionnelles aux mesures en degrés.

Exercice : compléter le tableau suivant. (solution à la fin du chapitre)

Mesure en degrés	0	30	45	60	90	180	270	360
Mesure en radians								

En cas de difficulté, voir :
https://www.youtube.com/watch?v=-fu9bSBKM00&feature=youtu.be

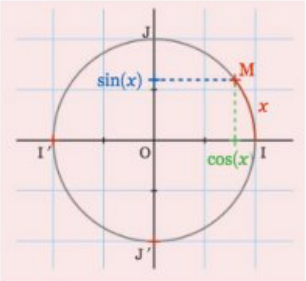
2. COSINUS ET SINUS D'UN NOMBRE REEL

A. GENERALITES

Définitions : on considère un réel x ayant pour image le point M sur le cercle trigonométrique.

* L'abscisse du point M est appelée cosinus de x.
  On la note cos (x) ou cos x.

* L'ordonnée de M est appelée sinus de x.
  Elle est notée sin(x) ou sin x.



Propriétés :
Pour tout nombre réel x, on a :
* $-1 \leq \cos x \leq 1$
* $-1 \leq \sin x \leq 1$
* $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$

Exemples :

$\cos^2\left(\frac{\pi}{5}\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{5}\right) = 1$ et $\cos^2\left(\frac{-\pi}{3}\right) + \sin^2\left(\frac{-\pi}{3}\right) = 1$

Méthode : Déterminer un sinus ou un cosinus

Exercice :

Sachant que $x \in [\frac{\pi}{2}; \pi]$ et que sin(x) = 0,4 , donner la valeur exacte puis une valeur approchée au centième de cos x.

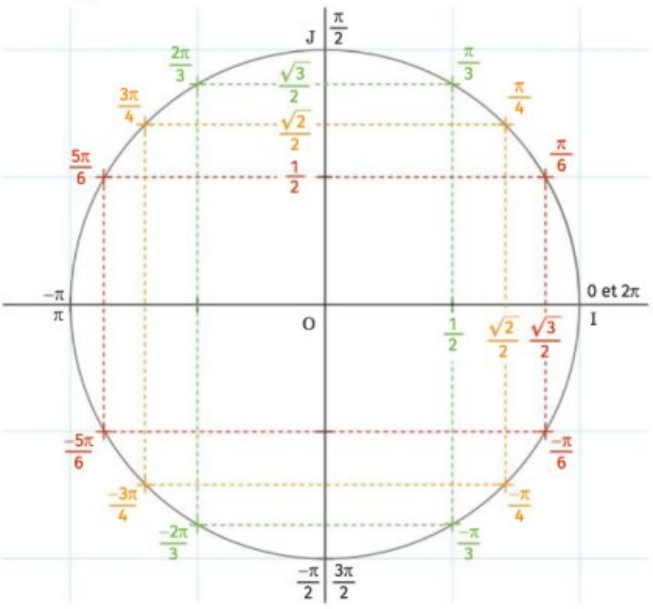
Correction :

On sait que $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$ donc $\cos^2(x) = 1 - 0{,}4^2 = 0{,}84$.

On en déduit que $\cos(x) = \sqrt{0{,}84}$ ou $\cos(x) = -\sqrt{0{,}84}$.

Or, $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ donc $\cos(x) \leq 0$ et ainsi $\cos(x) = -\sqrt{0{,}84} \approx -0{,}92$.

B. VALEURS REMARQUABLES



Propriétés : on a les équivalences suivantes

$\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k.2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\alpha + k.2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k.2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = \pi - \alpha + k.2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

C. APPLICATION A LA RESOLUTION D'EQUATIONS TRIGONOMETRIQUES :

Méthode :

Exercice :

Résoudre l'équation $\cos x = -\frac{1}{2}$ sur l'intervalle $]-3\pi ; \frac{5\pi}{2}]$.

Correction :

On commence par chercher **une** valeur α de x telle que $\cos x = \cos \alpha$ (que cette valeur soit dans l'intervalle $]-3\pi ; \frac{5\pi}{2}]$ ou non).

Ici, la valeur $\frac{2\pi}{3}$ est une solution « évidente ». On prend donc $\alpha = \frac{2\pi}{3}$.

On utilise ensuite l'équivalence ci-dessus : $\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k.2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\alpha + k.2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

Cela donne $\cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$.

On termine la résolution en déterminant les valeurs de x qui conviennent, autrement dit celles pour lesquelles $\frac{2\pi}{3} + k.2\pi$ appartient à l'intervalle $]-3\pi ; \frac{5\pi}{2}]$ d'une part et celles pour lesquelles $-\frac{2\pi}{3} + k.2\pi$ appartient à l'intervalle $]-3\pi ; \frac{5\pi}{2}]$ d'autre part.

Cela revient à trouver, dans un premier temps, les valeurs de k pour lesquelles $\frac{2\pi}{3} + k.2\pi$ appartient à l'intervalle l'intervalle $]-3\pi ; \frac{5\pi}{2}]$. On résout pour cela

$-3\pi < \frac{2\pi}{3} + k.2\pi \leq \frac{5\pi}{2}$. Cela revient à $-3\pi - \frac{2\pi}{3} < k.2\pi \leq \frac{5\pi}{2} - \frac{2\pi}{3}$ ou encore à $-\frac{9\pi}{3} - \frac{2\pi}{3} < k.2\pi \leq \frac{15\pi}{6} - \frac{4\pi}{6}$ puis $-\frac{11\pi}{3} < k.2\pi \leq \frac{11\pi}{6}$ et, en divisant par 2π : $-\frac{11}{6} < k \leq \frac{11}{12}$. Or $-\frac{11}{6} \approx -1,83$ et $\frac{11}{12} \approx 0,92$. On en déduit que le dernier encadrement est équivalent, **puisque k est entier**, à $-1 \leq k \leq 0$. Les valeurs de x correspondantes s'obtiennent en remplaçant k par les valeurs solutions de $-1 \leq k \leq 0$.

Pour $k = -1$, on a $x = \frac{2\pi}{3} + (-1).2\pi$ soit $x = \frac{2\pi}{3} - \frac{6\pi}{3}$ soit enfin soit $x = -\frac{4\pi}{3}$

Pour $k = 0$, on a $x = \frac{2\pi}{3} + 0.2\pi$ soit $x = \frac{2\pi}{3}$.

De même, on résout ensuite $-3\pi < -\frac{2\pi}{3} + k.2\pi \leq \frac{5\pi}{2}$.

Cela revient à $-3\pi + \frac{2\pi}{3} < k.2\pi \leq \frac{5\pi}{2} + \frac{2\pi}{3}$ ou encore à

$-\frac{9\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} < k.2\pi \leq \frac{19\pi}{6} + \frac{4\pi}{6}$ puis $-\frac{7\pi}{3} < k.2\pi \leq \frac{23\pi}{6}$ et, en divisant par 2π, $-\frac{7}{6} < k \leq \frac{23}{12}$.

Ce dernier encadrement est équivalent, puisque k est entier, à $-1 \leq k \leq 1$. Les valeurs de x correspondantes s'obtiennent en remplaçant k par les valeurs solutions de $-1 \leq k \leq 1$.

Pour $k = -1$, on a $x = -\frac{2\pi}{3} + (-1).2\pi$ soit $x = -\frac{2\pi}{3} - \frac{6\pi}{3}$ soit enfin $x = -\frac{8\pi}{3}$

Pour $k = 0$, on a $x = -\frac{2\pi}{3} + 0.2\pi$ soit $x = -\frac{2\pi}{3}$.

Pour $k = 1$, on a $x = -\frac{2\pi}{3} + 1.2\pi$ soit $x = -\frac{2\pi}{3} + \frac{6\pi}{3}$ soit enfin $x = \frac{4\pi}{3}$

Finalement, l'ensemble des solutions de l'équation est $S = \{-\frac{8\pi}{3}; -\frac{4\pi}{3}; -\frac{2\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}\}$.

3. FONCTIONS TRIGONOMETRIQUES : DEFINITIONS ET PREMIERES PROPRIETES

Fonctions cosinus et sinus :

Définitions :
La fonction cosinus est la fonction qui, à tout réel x, associe cos(x).
La fonction sinus est la fonction qui, à tout réel x, associe sin(x).

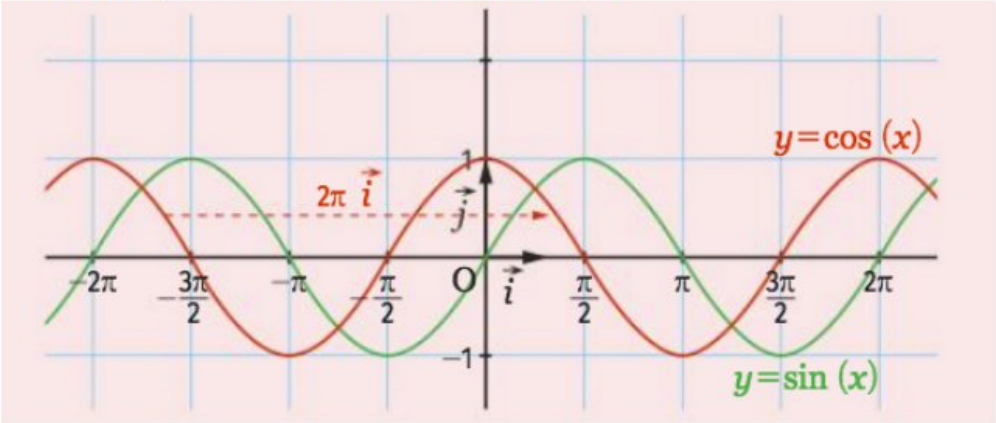
Propriétés :
La fonction cosinus est **paire**. Autrement dit, son ensemble de définition D_{cos} est symétrique par rapport au réel 0 (zéro) et, pour tout réel de D_{cos}, cos(–x) = cos (x).
La fonction sinus est impaire. Autrement dit, son ensemble de définition D_{sin} est symétrique par rapport au réel 0 (zéro) et, pour tout réel de D_{sin}, sin(–x) = – sin(x).

Propriété :
Les fonctions cosinus et sinus sont périodiques de période 2π. Autrement dit, pour tout réel x, cos(x + 2kπ) = cos(x) et sin(x + 2kπ) = sin(x) pour tout k appartenant à $\mathbb{Z}$.

4. COURBES REPRESENTATIVES

Définition :
Les courbes représentatives des fonctions cosinus et sinus sont appelées sinusoïdes.

Propriétés :
Les deux fonctions étant 2π-périodiques, leurs courbes représentatives sont invariantes par la translation de vecteur $2\pi\,\vec{\imath}$.



La fonction cosinus étant paire, sa courbe représentative admet l'axe des ordonnées comme axe de symétrie.
La fonction sinus étant impaire, sa courbe représentative admet l'origine O du repère comme centre de symétrie.

Application et Méthode :

Exercice :
On définit sur IR la fonction f par l'expression $f(x) = 2 + \cos(x)$.

1. Calculer $f(\frac{2\pi}{3})$.
2. Exprimer $f(-x)$ en fonction de $f(x)$. Que peut-on en conclure sur f ?
3. Démontrer que f est périodique de période 2π.

Correction :

1. $f(\frac{2\pi}{3}) = 2 + \cos(\frac{2\pi}{3}) = 2 + (-\frac{1}{2}) = \frac{3}{2}$.
2. Pour tout x de IR, $f(-x) = 2 + \cos(-x) = 2 + \cos(x)$, car la fonction cosinus est paire.
   Donc $f(-x) = f(x)$. La fonction f est donc paire.
3. $f(x + 2\pi) = 2 + \cos(x + 2\pi) = 2 + \cos(x) = f(x)$.
   On a montré que, pour tout x de D_f, $f(x + 2\pi) = f(x)$.
   La fonction f est donc 2π-périodique.

5. ETUDE DES FONCTIONS TRIGONOMETRIQUES

A. DERIVEES

Propriété (admise) :

Si f est la fonction cosinus et g la fonction sinus, alors f et g sont dérivables sur IR et, pour tout x de IR, $f'(x) = -\sin(x)$ et $g'(x) = \cos(x)$.

Propriété :
Soient a et b deux réels quelconques. En notant f la fonction définie sur IR par $f(x) = \cos(ax + b)$ et g la fonction définie sur IR par $g(x) = \sin(ax + b)$, alors f et g sont dérivables sur IR et, pour tout x de IR,
$f'(x) = -a\sin(ax+b)$ et $g'(x) = a\cos(ax+b)$.

démonstration : pour toute fonction h dérivable et pour tous réels a et b , on sait que la dérivée de la fonction qui à x associe $h(ax + b)$ est la fonction qui à x associe $ah'(ax + b)$.
Donc, pour tout réel x, $f'(x) = -a\sin(ax+b)$ et $g'(x) = a\cos(ax+b)$.

Exemple :
Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = \cos(4x - 1)$.
On a donc $f'(x) = -4\sin(4x - 1)$.

Application et Méthode :

Exercice : calculer la dérivée de chacune des fonctions suivantes (définies sur IR).
1. $f(x) = \cos(x) + \sin(x)$.
2. $g(x) = \sin(3x + 12)$.
3. $h(x) = \cos(-2x - 3)$.

Correction :

1. La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ en tant que somme de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $f'(x) = -\sin(x) + \cos(x)$.

2. La fonction g est la composée d'une fonction affine avec la fonction sinus. Elle s'écrit sous la forme $\sin(ax+b)$ avec $a = 3$ et $b = 12$: elle est donc dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = 3\cos(3x+12)$.

3. La fonction h est la composée d'une fonction affine avec la fonction cosinus. Elle s'écrit sous la forme $\cos(ax+b)$ avec $a = -2$ et $b = -3$: elle est donc dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $h'(x) = -(-2) \times \sin(-2x-3) = 2\sin(-2x-3)$.

B. TABLEAUX DE SIGNES ET VARIATIONS :

Les fonctions cosinus et sinus étant 2π-périodiques, on peut se restreindre, pour l'étude du signe et des variations, à l'intervalle $[-\pi ; \pi]$.

Fonction cosinus :

x	$-\pi$		$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		π
Signes du cosinus		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
Variations du cosinus	-1	↗	0	↗	1	↘	0	↘	-1

Fonction sinus :

x	$-\pi$		$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		π
Signes du sinus	0	$-$		$-$	0	$+$		$+$	0
Variations du sinus	0	↘	-1	↗	0	↗	1	↘	0

Application et Méthode :

Exercice : on considère la fonction g définie par l'expression $g(x) = \frac{1}{\cos x}$.

1. Donner l'ensemble de définition de g.
2. Dresser le tableau des variations de g sur $]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}[$.

Correction :

1. $\cos(x)=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$. La fonction g est donc définie pour tous les réels sauf pour $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$.

2. La fonction g est de la forme $\frac{1}{v}$ où v est une fonction dérivable et non nulle sur $\left]\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$.

$v(x)=\cos(x)$ et $v'(x)=-\sin(x)$. On en déduit que, pour tout $x\in\left]\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$, $g'(x)=\frac{-(-\sin(x))}{\cos^2(x)}=\frac{\sin(x)}{\cos^2(x)}$.

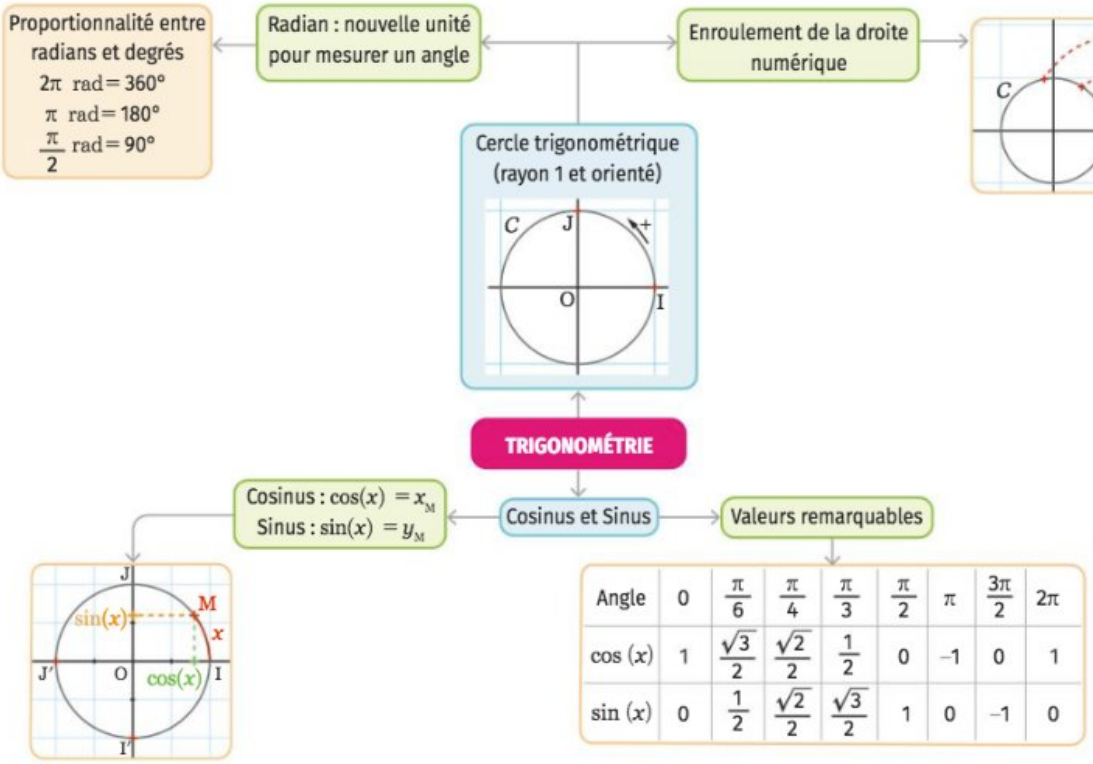
Le signe de $g'(x)$ est alors le même que le signe de $\sin(x)$ sur $\left]\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$.

x	$\frac{-\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	‖
g	‖	↘	1	↗	‖

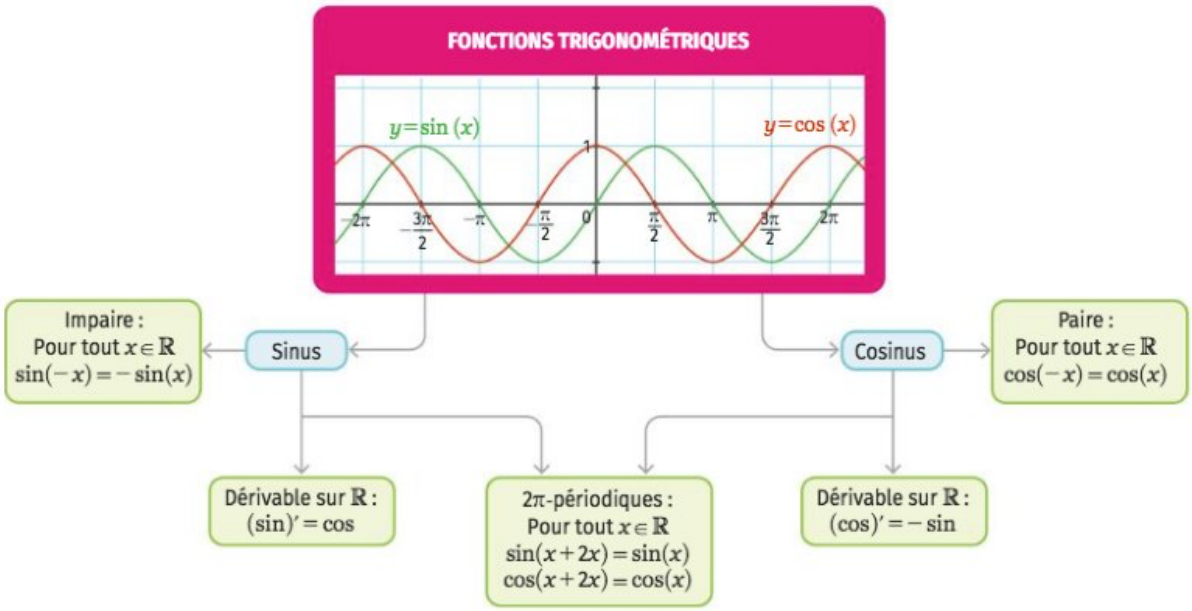
6. COMPLEMENTS

A. CARTES MENTALES

Trigonométrie : premières notions



Fonctions trigonométriques



B. FICHES DE REVISIONS

Trigonométrie : premières notions

1 **Dans un repère orthonormé $(O ; I , J)$, le cercle trigonométrique est le cercle de centre O et de rayon 1. Il est orienté dans le sens direct, autrement dit, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Cela permet de :**

✔ associer à chaque réel de la droite numérique un unique point du cercle ;

✔ définir le cosinus et le sinus de tous les nombres réels (ce qui n'était pas le cas avec les formules dans le triangle rectangle).

2 **Le radian est une autre unité pour mesurer les angles. Elle est définie à partir de la longueur d'un arc du cercle trigonométrique. Une mesure d'un angle en radian est proportionnelle à sa mesure en degré. Cela permet de :**

✔ associer une mesure d'angle à n'importe quel réel x repéré sur le cercle trigonométrique ;

✔ faire des calculs d'angles plus facilement qu'avec une mesure exprimée en degré.

3 **Le cosinus et le sinus d'un nombre réel x sont des réels définis de façon unique pour chaque réel.**
Si M est le point image associé au réel x alors :
• le cosinus de x est l'abscisse du point M : $\cos(x) = x_M$;
• le sinus de x est l'ordonnée du point M : $\sin(x) = y_M$.
De plus : $-1 \leqslant \cos(x) \leqslant 1$; $-1 \leqslant \sin(x) \leqslant 1$ et $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$. Cela permet de :

✔ calculer le cosinus et le sinus de n'importe quel réel x ;

✔ résoudre des équations ou des inéquations contenant des sinus et des cosinus.

4 **Les valeurs remarquables sont des valeurs à connaître par cœur. Cela permet de :**

✔ résoudre des problèmes de façon exacte ;

✔ retrouver les valeurs d'autres mesures d'angles de façon exacte.

Fonctions trigonométriques

1 **La fonction cosinus est la fonction qui, pour tout $x \in \mathbb{R}$, associe le réel $\cos(x)$. La fonction cosinus est :**

✔ paire : pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos(-x) = \cos(x)$. Dans un repère orthogonal, sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées. Cela permet de restreindre l'intervalle d'étude.

✔ périodique de période 2π : pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos(x + 2\pi) = \cos(x)$. Dans un repère orthogonal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, sa courbe représentative est invariante par translation de vecteur $2\pi\vec{i}$. Cela permet de restreindre l'étude à un intervalle de longueur 2π (en général, on choisira l'intervalle $[-\pi ; \pi]$).

✔ positive sur l'intervalle $\left[\frac{-\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right]$ et négative sur les intervalles $\left[-\pi ; \frac{-\pi}{2}\right]$ et $\left[\frac{\pi}{2} ; \pi\right]$.

✔ dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa dérivée est $x \mapsto -\sin(x)$. Par ailleurs, la dérivée de $x \mapsto \cos(ax + b)$ est $x \mapsto -a\sin(ax + b)$ où a et b sont des réels.

✔ croissante sur l'intervalle $[-\pi ; 0]$ et décroissante sur l'intervalle $[0 ; \pi]$.

2 **La fonction sinus est la fonction qui, pour tout $x \in \mathbb{R}$, associe le réel $\sin(x)$. La fonction sinus est :**

✔ impaire : pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\sin(-x) = -\sin(x)$. Dans un repère orthogonal, sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'origine du repère. Cela permet de restreindre l'intervalle d'étude.

✔ périodique de période 2π : pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\sin(x + 2\pi) = \sin(x)$. Dans un repère orthogonal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, sa courbe représentative est invariante par translation de vecteur $2\pi\vec{i}$. Cela permet de restreindre l'étude à un intervalle de longueur 2π (en général, on choisira l'intervalle $[-\pi ; \pi]$).

✔ négative sur l'intervalle $[-\pi ; 0]$ et positive sur l'intervalle $[0 ; \pi]$.

✔ dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa dérivée est $x \mapsto \cos(x)$. Par ailleurs, la dérivée de $x \mapsto \sin(ax + b)$ est $x \mapsto a\cos(ax + b)$ où a et b sont des réels.

✔ décroissante sur l'intervalle $\left[-\pi ; \frac{-\pi}{2}\right]$, croissante sur l'intervalle $\left[\frac{-\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right]$ puis à nouveau décroissante sur l'intervalle $\left[\frac{\pi}{2} ; \pi\right]$.

3 **Les fonctions cosinus et sinus permettent d'étudier notamment des phénomènes physiques tels que les oscillations et les circuits électriques.**

Solution de l'exercice de la première page du chapitre :

Mesure en degrés	0	30	45	60	90	180	270	360

Mesure en radians	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

CHAPITRE 4 PROBABILITÉS CONDITIONNELLES ET INDÉPENDANCE

1. RAPPELS

A. DEFINITIONS

Expérience aléatoire : On appelle expérience aléatoire une expérience dont le résultat n'est pas connu à l'avance et dépend du hasard.
Exemples : lancer une pièce, lancer un dé…

Univers : On appelle univers et on note Ω l'ensemble de tous les résultats possibles d'une expérience aléatoire. Exemple : on lance une pièce Ω = {Pile ; Face}

Evénement : On appelle événement lié à une expérience aléatoire représenté par son univers Ω tout ensemble A ⊂ Ω. Ω est l'événement certain et Ø est l'événement impossible.

Soit A et B deux ensembles :
- A U B est l'ensemble des éléments qui sont dans A ou dans B
- A ∩ B est l'ensemble des éléments qui sont dans A et dans B
- $\bar{A}$ est l'ensemble des éléments qui ne sont pas dans A

Si $A \cap B = \emptyset$ alors les événements A et B sont incompatibles.

Probabilité : Soit une expérience aléatoire représentée par son univers Ω. On appelle probabilité sur Ω toute fonction p définie sur l'ensemble des parties de Ω, à valeurs dans [0 ; 1] :

$$p: \Omega \to [0; 1]$$
$$A \mapsto p(A)$$

B. PROPRIETES

1) $P(\emptyset) = 0$ et $P(\Omega) = 1$

Si A et B sont deux événements incompatibles alors $P(A \cup B) = p(A) + p(B)$

2) $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

3) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

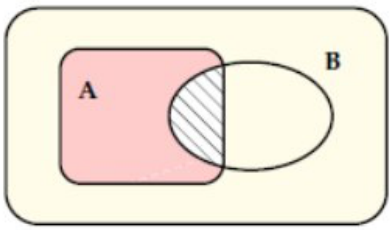
2. PROBABILITE CONDITIONNELLE

P est une loi de probabilité définie sur un univers Ω

A. DEFINITION

Lorsque $P(A) \neq 0$, on note $P_A(\mathrm{B})$ la probabilité d'avoir l'événement B sachant que l'événement A est réalisé. On a alors la relation suivante :

$$P_A(\mathrm{B}) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$



La probabilité de B sachant A correspond à la part de l'ensemble B dans l'ensemble A

$$P_A(\mathrm{B}) = \frac{Nombre\ d'éléments communs\ à\ A\ et\ à\ B}{Nombre\ d'éléments\ de\ A}$$

$$= \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Exemple :

Un sac contient 50 boules, dont 20 boules rouges et 30 boules noires, où il est marqué soit "Gagné" ou soit "Perdu"
Sur 15 boules rouges, il est marqué Gagné.
Sur 9 boules noires, il est marqué Gagné.
On tire au hasard une boule dans le sac.
Soit R l'événement "On tire une boule rouge".
Soit G l'événement "On tire une boule marquée Gagné"
Donc $R \cap G$ est l'événement "On tire une boule rouge marquée Gagné".

Alors : $P(R) = \frac{20}{50} = \frac{2}{5} = 0{,}4$ et $P(R \cap G) = \frac{15}{50} = \frac{3}{10} = 0{,}3$.
Donc la probabilité qu'on tire une boule marquée Gagné sachant qu'elle est rouge est : $P_R(G) = \frac{P(R \cap G)}{P(R)} = \frac{0{,}3}{0{,}4} = \frac{3}{4} = 0{,}75$

On peut retrouver intuitivement ce résultat. En effet, sachant que le résultat est une boule rouge, on a 15 chances sur 20 qu'il soit marqué Gagné.

B. PROPRIETES

Soient $\boldsymbol{A}$ et $\boldsymbol{B}$ deux événements de probabilités non nulles. On a

1) $0 \leq P_A(B) \leq 1$

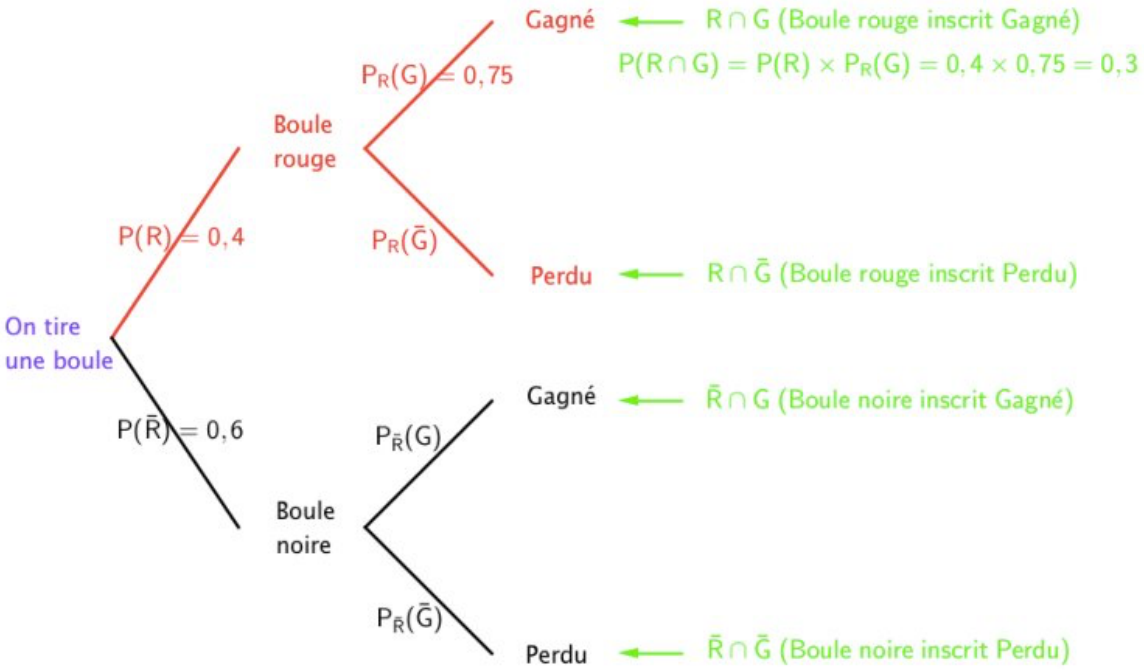
2) $P(A \cap B) = P_A(\mathrm{B}) \times P(A) = P_B(\mathrm{A}) \times P(B)$
(Probabilité d'une intersection)

3) $P_A(\overline{\mathrm{B}}) = 1 - P_A(\mathrm{B})$

3. ARBRE PONDERE

A. EXEMPLE

On reprend l'exemple étudié au paragraphe 2
L'expérience aléatoire peut être schématisée par un arbre pondéré (ou arbre de probabilité) :



En cas de difficulté

Vidéo https://www.youtube.com/watch?v=Pc5kJBkPDbo

B. REGLES

Règle 1 : La somme des probabilités des branches issues d'un même nœud est égale à 1.

Exemples :
- A partir du nœud "On tire une boule", on a : $P(R) + P(\bar{R}) = 0{,}4 + 0{,}6 = 1$
- A partir du nœud "Boule rouge", on a : $P_R(\bar{G}) = 1 - P_R(G) = 1 - 0{,}75 = 0{,}25$.

Règle 2 : La probabilité d'une "feuille" (extrémité d'un chemin) est égale au produit des probabilités du chemin aboutissant à cette feuille.

Exemple :
On considère la feuille $R \cap G$.
On a : $P(R \cap G) = P(R) \times P_R(G) = 0{,}4 \times 0{,}75 = 0{,}3$

Règle 3 (Formule des probabilités totales) :

La probabilité d'un événement associé à plusieurs "feuilles" est égale à la somme des probabilités de chacune de ces "feuilles".

Exemple :

L'événement "On tire une boule marquée Gagné" est associé aux feuilles $R \cap G$ et $\bar{R} \cap G$. On a :

$P(R \cap G) = 0{,}3$ et

$P(\bar{R} \cap G) = \frac{9}{50}$ = 0,18 (Probabilité de tirer une boule noire marquée Gagné)

Donc $P(G) = P(R \cap G) + P(\bar{R} \cap G) = 0{,}3 + 0{,}18 = 0{,}48$.

Méthode : Calculer la probabilité d'un événement associé à plusieurs feuilles

Exercice

Lors d'une épidémie chez des bovins, on s'est aperçu que si la maladie est diagnostiquée suffisamment tôt chez un animal, on peut le guérir ; sinon la maladie est mortelle.
Un test est mis au point et essayé sur un échantillon d'animaux dont 2 % est porteur de la maladie. On obtient les résultats suivants :
– si un animal est porteur de la maladie, le test est positif dans 85 % des cas ;
– si un animal est sain, le test est négatif dans 95 % des cas.
On choisit de prendre ces fréquences observées comme probabilités pour toute la population et d'utiliser le test pour un dépistage préventif de la maladie.
On note respectivement M et T les événements « Être porteur de la maladie » et « Avoir un test positif ».

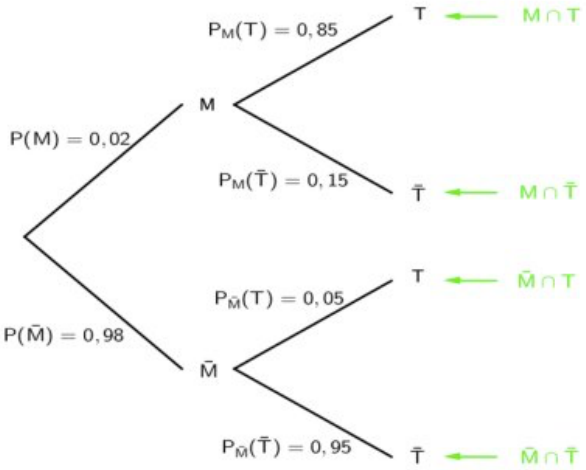
1) Un animal est choisi au hasard. Quelle est la probabilité que son test soit positif ?

D'après BAC S, Antilles-Guyanne 2010

2) Si le test du bovin est positif, quelle est la probabilité qu'il soit malade ?

Corrigé

1)



La probabilité que le test soit positif est associée aux deux feuilles $M \cap T$ et $\bar{M} \cap T$.

$P(T) = P(M \cap T) + P(\bar{M} \cap T)$ (Formule des probabilités totales)

= 0,02 x 0,85 + 0,98 x 0,05 = 0,066.

La probabilité que le test soit positif est égale à 6,6%.

2) $P_T(M) = \frac{P(T \cap M)}{P(T)} = \frac{0{,}02 \times 0{,}85}{0{,}066} \approx 0{,}26$.

La probabilité que le bovin soit malade sachant que le test est positif est d'environ 26%.

4. PROBABILITES ET INDEPENDANCE

A. INDEPENDANCE DE DEUX EVENEMENTS

Définition : On dit que deux évènements A et B de probabilité non nulle sont **indépendants** lorsque $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

Remarque
De même, A et B sont indépendants, si et seulement si, $P_A(B) = P(B)$ ou $P_B(A) = P(A)$.

Exemple :

On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes.
Soit *R* l'événement "On tire un roi".
Soit *T* l'événement "On tire un trèfle".
Alors $R \cap T$ est l'événement "On tire le roi de trèfle".

On a :
$P(R) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$, $P(T) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$ et $P(R \cap T) = \frac{1}{32}$
Donc $P(R) \times P(T) = \frac{1}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{32} = P(R \cap T)$
Les événements *R* et *T* sont donc indépendants.
Ainsi, par exemple, $P_T(R) = P(R)$. Ce qui se traduit par la probabilité de tirer un roi parmi les trèfles et égale à la probabilité de tirer un roi parmi toutes les cartes.

Contre-exemple :
On reprend l'expérience précédente en ajoutant deux jokers au jeu de cartes.
Ainsi :
$P(R) = \frac{4}{34} = \frac{2}{17}$, $P(T) = \frac{8}{34} = \frac{4}{17}$ et $P(R \cap T) = \frac{1}{34}$
Donc $P(R) \times P(T) = \frac{2}{17} \times \frac{4}{17} = \frac{8}{289} \neq P(R \cap T)$
Les événements *R* et *T* ne sont donc pas indépendants.

Méthode : Utiliser l'indépendance de deux événements

Exercice
Dans une population, un individu est atteint par la maladie *m* avec une probabilité égale à 0,005 et par la maladie *n* avec une probabilité égale à 0,01.
On choisit au hasard un individu de cette population.
Soit *M* l'événement "L'individu a la maladie *m*".
Soit *N* l'événement "L'individu a la maladie *n*".
On suppose que les événements *M* et *N* sont indépendants.
Calculer la probabilité de l'événement *E* "L'individu a au moins une des deux maladies".

Correction
$P(E) = P(M \cup N) = P(M) + P(N) - P(M \cap N)$
$= P(M) + P(N) - P(M) \times P(N)$, car les événements *M* et *N* sont indépendants.
= 0,005 + 0,01 – 0,005 x 0,01 = 0,01495
La probabilité qu'un individu choisi au hasard ait au moins une des deux maladies est égale à 0,01495.

Propriété : Si *A* et *B* sont indépendants alors $\bar{A}$ et B sont indépendants.

Démonstration :

$$\begin{aligned} P(\bar{A} \cap B) &= P(B \cap \bar{A}) \\ &= P(B) \times P_B(\bar{A}) \\ &= P(B) \times \big(1 - P_B(A)\big) \\ &= P(B) \times \big(1 - P(A)\big) \text{ car } A \text{ et } B \text{ sont indépendants} \\ &= P(B) \times P(\bar{A}) \end{aligned}$$

Donc $\bar{A}$ et B sont indépendants.

Exemple :

Vidéo https://youtu.be/ylvN6Dh-bDg

Lors d'un week-end prolongé, *Bison futé* annonce qu'il y a 42% de risque de tomber dans un bouchon sur l'autoroute A6 et 63% sur l'autoroute A7.
Soit *A* l'événement "On tombe dans un bouchon sur l'autoroute A6."
Soit *B* l'événement "On tombe dans un bouchon sur l'autoroute A7."
On suppose que les événements *A* et *B* sont indépendants.

Alors les événements $\bar{A}$ et B sont également indépendants et on a :
$P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) \times P(B) = 0{,}58 \times 0{,}63 = 0{,}3654$

On peut interpréter ce résultat :
La probabilité de tomber dans un bouchon sur l'autoroute A7 mais pas sur l'autoroute A6 est égale à 36,54%.

B. Succession de deux epreuves independantes

Exemples :

1) On lance un dé plusieurs fois de suite et on note à chaque fois le résultat. On répète ainsi la même expérience (lancer un dé) et les expériences sont indépendantes l'une de l'autre (un lancer n'influence pas le résultat d'un autre lancer).

2) Une urne contient 2 boules blanches et 3 boules noires. On tire au hasard une boule et on la remet dans l'urne.
On répète cette expérience 10 fois de suite. Ces expériences sont identiques et indépendantes.

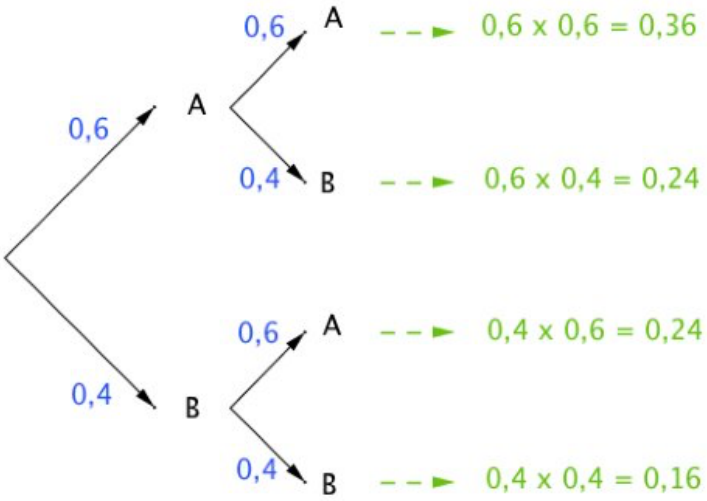
Définition : Plusieurs expériences sont **identiques et indépendantes** si :
- elles ont les mêmes issues,
- chaque issue possède la même probabilité.

Propriété : On considère une expérience aléatoire à deux issues A et B avec les probabilités P(A) et P(B).
Si on répète l'expérience deux fois de suite :
- la probabilité d'obtenir l'issue A suivie de l'issue B est égale à P(A) x P(B),
- la probabilité d'obtenir l'issue B suivie de l'issue A est égale à P(B) x P(A),
- la probabilité d'obtenir deux fois l'issue A est égale à $P(A)^2$,
- la probabilité d'obtenir deux fois l'issue B est égale à $P(B)^2$.

Méthode : Représenter la répétition d'expériences identiques et indépendantes dans un arbre

On considère l'expérience suivante :
Une urne contient 3 boules blanches et 2 boules rouges. On tire au hasard une boule et on la remet dans l'urne. On répète l'expérience deux fois de suite.
1) Représenter l'ensemble des issues de ces expériences dans un arbre.
2) Déterminer la probabilité :
   a) d'obtenir deux boules blanches
   b) une boule blanche et une boule rouge
   c) au moins une boule blanche.

1) On note A l'issue "On tire une boule blanche" et B l'issue "On tire une boule rouge".
$P(A) = \frac{3}{5} = 0,6$ et $P(B) = \frac{2}{5} = 0,4$.
On résume les issues de l'expérience dans un arbre de probabilité :



2) a) Obtenir deux boules blanches correspond à l'issue (A ; A) :
$P_1 = 0,36$ (d'après l'arbre).

b) Obtenir une boule blanche et une boule rouge correspond aux issues (A ; B) et (B ; A) :
$P_2 = 0,24 + 0,24 = 0,48$.

b) Obtenir au moins une boule blanche correspond aux issues (A ; B), (A ; A) et (B ; A) :
$P_2 = 0,24 + 0,36 + 0,24 = 0,84$.

Remarques :
Pour une expérience dont le nombre d'issues est supérieur à 2, le principe reste le même.
Pour une expérience dont le nombre de répétition est supérieur à 2, le principe reste le même.

Exemple :
On lance un dé à six faces 4 fois de suite.
On considère les issues suivantes :
A : On obtient un nombre pair.
B : On obtient un 1.
C : On obtient un 3 ou un 5.

La probabilité d'obtenir la suite d'issues (A ; B ; A ; C) est égale à : $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{72}$

5. EXERCICES

A. BAC….

Vidéo https://www.youtube.com/watch?v=2olfFutAZyw

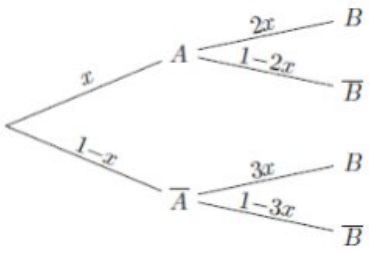
B. POYNOME DU SECOND DEGRE ET PROBABILITES

Exercice
Dans une expérience aléatoire, on considère deux évènements A et B et tels qu'il existe un nombre réel x vérifiant : $p(A) = x$; $p_A(B) = 2x$; $p_{\bar{A}}(B) = 3x$

1. Représenter cette expérience aléatoire par un arbre pondéré.
2. On suppose que : $p(B) = \frac{29}{100}$ Déterminer la valeur x.
3. On suppose que $p_B(A) = \frac{1}{5}$ Déterminer la valeur de x.

Corrigé

1)



2) On suppose que :

$$p(B) = \frac{29}{100}$$

On calcule la valeur de x :
D'après la formule des probabilités totales, on a :

$$p(B) = p(B \cap A) + p(B \cap \bar{A}) \Leftrightarrow p(B) = p(A) \times p_A(B) + p(\bar{A}) \times p_{\bar{A}}(B)$$

$$\Leftrightarrow p(B) = x \times (2x) + (1 - x) \times (3x) \Leftrightarrow p(B) = -x^2 + 3x \Leftrightarrow \frac{29}{100} = -x^2 + 3x$$

On résout l'équation : $-x^2 + 3x - \frac{29}{100} = 0$
On calcule Δ

$\Delta = \frac{196}{25} \quad \Leftrightarrow \quad l'équation\ admet\ deux\ solutions\ réelles\ distinctes$

$x_1 = \frac{29}{10} \qquad et \qquad x_2 = \frac{1}{10}$

On en déduit que la seule valeur possible de x est :$x = \frac{1}{10}$

3) On suppose que : $p_B(A) = \frac{1}{5}$

On calcule la valeur de x :

D'après la définition de la probabilité conditionnelle :

$$P_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} \Leftrightarrow \frac{1}{5} = \frac{p(A) \times p_A(B)}{-x^2 + 3x} \Leftrightarrow \frac{1}{5} = \frac{p(A) \times p_A(B)}{-x^2 + 3x} \Leftrightarrow \frac{1}{5} = \frac{x \times (2x)}{-x^2 + 3x}$$

D'après le produit en croix :

$$-x^2 + 3x = 10x^2 \Leftrightarrow -11x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow -11x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow -11x^2 + 3x = 0 \; x(-11x + 3) = 0$$

Un produit de facreurs est nul, si, est seulement si, au moins un de ses facteurs est nul :

$x = 0 \qquad -11x + 3 = 0$

ou $\qquad x = \frac{3}{11}$

On en déduit que la seule valeur possible de x est :$x = \frac{3}{11}$

CHAPITRE 5 VARIABLES ALEATOIRES

1. NOTION DE VARIABLE ALEATOIRE

DEFINITION (RAPPELS)

Chaque résultat d'une expérience aléatoire s'appelle une issue.
L'**univers des possibles** est l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire.
Un **événement** est un sous-ensemble de l'univers des possibles.
Un **événement élémentaire** est un événement contenant une seule issue.

DEFINITION

Une variable aléatoire X est une fonction définie sur Ω et à valeurs réelles dans $\mathbb{R}$, qui à tout nombre de Ω fait correspondre un nombre réel.

NOTATIONS

Soit a un nombre réel. On note :

- $\{X = a\}$ l'événement « la variable aléatoire X prend la valeur a »
- $\{X \geq a\}$ l'événement « la variable aléatoire X prend une valeur supérieure ou égale à la valeur a »

  On peut définir de manière analogue $\{X > a\}$, $\{X < a\}$ *et* $\{X \leq a\}$

Exemple

Un jeu consiste à lancer deux pièces de monnaie équilibrées différentes. On note F quand on obtient Face et P quand on obtient Pile.
Les quatre issues de l'expérience forment l'univers $\Omega = \{FF, FP, PF, PP\}$

On fixe la règle de jeu suivante : à chaque Pile obtenu, on gagne 3 euros ; à chaque face obtenu, on perd 1 euro.

A l'issue FF est associée une un gain (négatif) de -2 euros ;
à l'issue FP est associée un gain de 2 euros ;
à l'issue PF est associée un gain de 2 euros ;
à l'issue PP est associée un gain de 6 euros.

On note X la variable aléatoire représentant le gain algébrique du joueur en euro
X prend les valeurs -2, 2 et 6.
L'événement $\{X \geq 5\}$représente l'événement obtenir un gain supérieur ou égal à 5 euros.
Donc $\{X \geq 5\} = PP$

Réaliser l'événement $\{X = -2\}$ c'est obtenir l'issue FF

2. LOI DE PROBABILITE D'UNE VARIABLE ALEATOIRE

DEFINITION

Soit X une variable aléatoire définie sur Ω
Définir la loi de probabilité de X c'est associer à chacune des valeurs prises par X sa probabilité.
Autrement dit, en notant $x_1, x_2, \ldots, x_n$ les valeurs prisees par X, c'est donner les valeurs des probabilités $P(X = x_i)$ pour tout entier i où $1 \leq i \leq n$

On présente en général une loi de probabilités sous forme d'un tableau

Valeurs prises par X	x_1	x_2	…	x_n
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	…	p_n

PROPRIETE

Dans le tableau qui donne la loi de probabilité d'une variable aléatoire, la somme des probabilités est égale à 1.
Autrement dit, si on note $x_1, x_2, \ldots, x_n$ les valeurs prisees par X, on a

$$P(X = x_1) + P(X = x_2) + \cdots + P(X = x_n) = 1$$

On note aussi

$$\sum_{i=1}^{n} P(X = x_i) = 1$$

Exemple

D'après l'exemple ci-dessus,

- la loi de probabilité de la variable aléatoire X est donnée par le tableau suivant

x_i	-2	2	6
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

- On vérifie $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 1$

Méthode : Déterminer une loi de probabilité

Vidéo https://youtu.be/2Ge_4hclPnI

Soit l'expérience aléatoire : "On tire une carte dans un jeu de 32 cartes."
On considère le jeu suivant :
- Si on tire un cœur, on gagne 2 €.
- Si on tire un roi, on gagne 5 €.
- Si on tire une autre carte, on perd 1 €.

On appelle X la variable aléatoire qui à une carte tirée associe un gain ou une perte.
Déterminer la loi de probabilité de X.

La variable aléatoire X peut prendre les valeurs 2, 5, –1 mais aussi 7.
En effet, si on tire le roi de cœur, on gagne 5(roi) + 2(cœur) = 7 €.

- Si la carte tirée est un cœur (autre que le roi de cœur), X = 2.

$P(X = 2) = \frac{7}{32}$.

- Si la carte tirée est un roi (autre que le roi de cœur), X = 5.

$P(X = 5) = \frac{3}{32}$.

- Si la carte tirée est le roi de cœur, X = 7.

$P(X = 7) = \frac{1}{32}$.

- Si la carte tirée n'est ni un cœur, ni un roi, X = –1.

$P(X = -1) = \frac{21}{32}$.

La loi de probabilité de X est :

x_i	–1	2	5	7
$P(X = x_i)$	$\frac{21}{32}$	$\frac{7}{32}$	$\frac{3}{32}$	$\frac{1}{32}$

On constate que : $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = \frac{21}{32} + \frac{7}{32} + \frac{3}{32} + \frac{1}{32} = 1$

3. ESPERANCE, VARIANCE ET ECART TYPE

On considère une expérience aléatoire X associée à un univers **Ω** fini dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

Valeurs x_i prises par X	x_1	x_2	…	x_n
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	…	p_n

A. DEFINITIONS

L'espérance de la variable aléatoire X est le réel noté $\boldsymbol{E(X)}$défini par

$$\boldsymbol{E(X) = p_1 \times x_1 + p_2 \times x_2 + \cdots + p_n \times x_n}$$

Ce que l'on peut noter :

$$\boldsymbol{E(X) = \sum_{i=1}^{n} p_1 \times x_i}$$

Interprétation

L'espérance s'interprète comme la valeur moyenne prise par la variable aléatoire X lorsqu'on répète un grand nombre de fois l'expérience.

La variance de la variable aléatoire X est le réel **positif** noté $\boldsymbol{V(X)}$défini par

$$\boldsymbol{V(X) = p_1 \times (x_1 - E(X))^2 + p_2 \times (x_2 - E(X))^2 + \cdots + p_n \times (x_n - E(X))^2}$$

Ce que l'on peut noter :

$$\boldsymbol{V(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i \times (x_i - E(X))^2}$$

L'écart type noté $\sigma(X)$ est le réel égal à la racine carrée de la variance

$$\boldsymbol{\sigma(X) = \sqrt{V(X)}}$$

Interprétation

La variance représente la moyenne des carrés des écarts à l'espérance $\boldsymbol{E(X)}$. Elle mesure la dispersion des valeurs prises par la variable aléatoire X autour de son espérance $\boldsymbol{E(X)}$

Exemple

D'après l'exemple ci-dessus, la loi de probabilité de la variable aléatoire X est donnée par le tableau suivant

x_i	-2	2	6
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

- $E(X) = \frac{1}{4} \times (-2) + \frac{1}{2} \times 2 + \frac{1}{4} \times 6 = 2$
- $V(X) = \frac{1}{4} \times (-2 - 2)^2 + \frac{1}{2} \times (2 - 2)^2 + \frac{1}{4} \times (6 - 2)^2 = 8$
- $\sigma(X) = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \simeq 2.8$

Un joueur peut espérer obtenir en moyenne, sur un grand nombre de parties, deux euros par partie, avec une fluctuation moyenne importante de 2.8 euros environ

B. LINEARITE DE L'ESPERANCE

Soient a et b deux réels. On peut définir sur **Ω** une nouvelle vriable aléaoire $\boldsymbol{Y = aX + b}$, dont les images sont $y_i = a \times x_i + b$ pour tout entier i de 1 à n.

PROPRIETES

Soient a et b deux réels. On pose $\boldsymbol{Y = aX + b}$ alors

(1) $\boldsymbol{E(Y) = aE(X) + b}$

(2) $\boldsymbol{V(Y) = a^2V(X)}$

Conséquence $\boldsymbol{\sigma(Y) = |a|\sigma(X)}$

Démonstrations

Valeurs y_i prises par Y	$ax_1 + b$	$ax_2 + b$	…	$ax_n + b$
$P(Y = y_i)$	p_1	p_2	…	p_n

:

$$E(aX + b) = \sum_{i=1}^{n} p_i(ax_i + b)$$
$$= a\sum_{i=1}^{n} p_i x_i + b\sum_{i=1}^{n} p_i$$
$$= a\sum_{i=1}^{n} p_i x_i + b \times 1$$
$$= aE(X) + b$$

$$V(aX + b) = \sum_{i=1}^{n} p_i\big(ax_i + b - (aE(X) + b)\big)^2$$
$$= \sum_{i=1}^{n} p_i\big(ax_i - aE(X)\big)^2$$
$$= a^2\sum_{i=1}^{n} p_i\big(x_i - E(X)\big)^2$$
$$= a^2V(X)$$

Exemple

On considère le jeu de l'exemple précédent. Cependant, on change le règle du jeu. On **double** les gains et on instaure une **mise de 5€**. On note Y la variable aléatoire représentant le gain du joueur dans ce nouveau jeu.
On a donc $\boldsymbol{Y = 2X - 5}$
On peut calculer l'espérance $E(\boldsymbol{Y}) = \boldsymbol{2 \times E(X) - 5 = 2 \times 2 - 5 = -1}$
Avec ces nouvelles règles, le joueur est en moyenne perdant d'un euro par partie.

Méthode : Simplifier les calculs d'espérance et de variance à l'aide d'une variable aléatoire de transition

Vidéo https://youtu.be/IjITvCBExVY

Une entreprise qui fabrique des roulements à bille fait une étude sur une gamme de billes produites. Le diamètre théorique doit être égal à 1,3 cm mais cette mesure peut être légèrement erronée.

L'expérience consiste à tirer au hasard une bille d'un lot de la production et à mesurer son diamètre.
On considère la variable aléatoire X qui, à une bille choisie au hasard, associe son diamètre.

1. **La loi de probabilité de X est résumée dans le tableau suivant :**

x_i	1,298	1,299	1,3	1,301	1,302
$P(X = x_i)$	0,2	0,1	0,2	0,4	0,1

2. **Calculer l'espérance et l'écart-type de la loi de probabilité de X.**

Pour simplifier les calculs, on définit la variable aléatoire $Y = 1000X - 1300$.

La loi de probabilité de Y est alors :

x_i	–2	–1	0	1	2
$P(Y = x_i)$	0,2	0,1	0,2	0,4	0,1

Calculons l'espérance et la variance de la loi de probabilité de Y :

$E(Y) = -2x0,2 + (-1)x0,1 + 1x0,4 + 2x0,1 = 0,1$
$V(Y) = 0,2x(-2 - 0,1)^2 + 0,1x(-1 - 0,1)^2 + 0,2x(0 - 0,1)^2 + 0,4x(1 - 0,1)^2 + 0,1x(2 - 0,1)^2 = 1,69$

On en déduit l'espérance et la variance de la loi de probabilité de X :

$E(Y) = E(1000X - 1300) = 1000\,E(X) - 1300$
Donc : $E(X) = \frac{E(Y)+1300}{1000} = \frac{0,1+1300}{1000} = 1,3001$

$V(Y) = V(1000X - 1300) = 1000^2\,V(X)$
Donc : $V(X) = \frac{V(Y)}{1000^2} = \frac{1,69}{1000^2}$

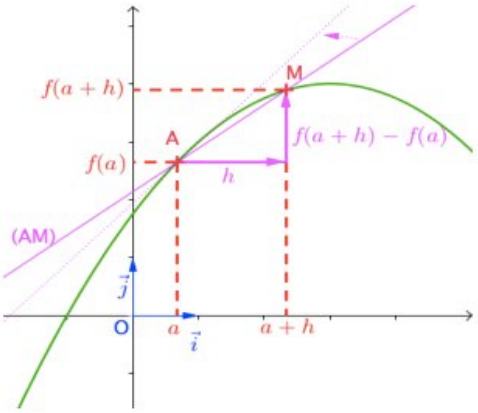
Et donc : $\sigma(X) = \sqrt{\frac{1,69}{1000^2}} = \frac{1,3}{1000} = 0,0013$

Conclusion : $E(X) = 1,3001$ cm et $\sigma(X) = 0,0013$ cm.

CHAPITRE 6 DERIVATION

1. NOMBRE DERIVE

Soit une fonction f définie sur un intervalle I.
Soit un réel a appartenant à I.
Soit A et M deux points de la courbe représentative de f d'abscisses respectives a et $a+h$, avec $h \neq 0$.
La droite (AM) est appelée *sécante*.
Lorsque le point M s'approche de A (c'est-à-dire lorsque h tend vers 0), la sécante (AM) peut tendre vers une position limite qui, lorsqu'elle existe, est appelée *tangente* à la courbe de *f*.



Définition : On dit que la fonction f est **dérivable** en a s'il existe un nombre réel *L*, tel que : $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = L$.
L est appelé le **nombre dérivé** de f en a et se note $f'(a)$.

En d'autres termes, *f* est dérivable en *a* si et seulement si la courbe admet en *a* une tangente non verticale.

Méthode : Démontrer qu'une fonction est dérivable

Vidéo https://youtu.be/UmT0Gov6yyE
Vidéo https://youtu.be/lv5_mw1EYBE

Exercice :
Soit la fonction trinôme f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 2x - 3$.
Démontrer que f est dérivable en $x = 2$.

Correction :
On commence par calculer $\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$ pour $h \neq 0$ (c'est le taux de variation de *f* entre 2 et 2 + *h*) :

$$\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$$
$$= \frac{(2+h)^2+2(2+h)-3-2^2-2\times 2+3}{h}$$
$$= \frac{4+4h+h^2+4+2h-8}{h}$$
$$= \frac{6h+h^2}{h}$$
$$= \frac{h(6+h)}{h}$$
$$= 6+h$$

Donc : $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h} = \lim\limits_{h\to 0} 6+h = 6$

On en déduit que f est dérivable en $x = 2$. Le nombre dérivé de f en 2 vaut 6 et on note : $f'(2) = 6$.

NB : cette méthode de calcul ne sera quasiment plus utilisée, sauf dans circonstances particulières.

2. TANGENTE A UNE COURBE

Soit une fonction f définie sur un intervalle I et dérivable en un nombre réel a appartenant à I.
On note désormais $f'(a)$ le nombre dérivé de f en a.
A est un point d'abscisse a appartenant à la courbe représentative C_f de f.

Définition : La **tangente** à la courbe C_f au point A est la droite passant par A de pente le nombre dérivé $f'(a)$.

Exemple :



Propriété : Une équation de la tangente à la courbe C_f en A est :

$$y = f'(a)(x-a) + f(a).$$

Démonstration au programme :

Vidéo https://youtu.be/Jj0ql6-o2Uo

Méthode : Déterminer une équation d'une tangente à une courbe

Vidéo https://youtu.be/fKEGoo50Xmo
Vidéo https://youtu.be/7-z62dSkkTQ

Exercice :
On considère la fonction trinôme f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 2x - 3$.
Déterminer une équation de tangente à la courbe représentative de f au point A de la courbe d'abscisse 2.

Correction :
On calcule *f'(2)* :

- Soit en calculant *(voir § précédent)*: $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$ = ……= $\lim\limits_{h\to 0} 6+h = 6$
- Soit *(voir les formules plus loin)* en utilisant les formules de dérivation.

Donc l'équation de la tangente est de la forme : $y = 6(x-2) + f(2)$, soit :
$y = 6(x-2) + 2^2 + 2\times 2 - 3$

$y = 6x - 7$

Une équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f au point A de la courbe d'abscisse 2 est donc $y = 6x - 7$.

3. DERIVEES DES FONCTIONS USUELLES

A. DEFINITIONS :

Définitions : Soit f une fonction définie sur un intervalle I.
On dit que f est **dérivable** sur I si elle est dérivable en tout réel x de I.
Dans ce cas, la fonction qui à tout réel x de I associe le nombre dérivé de f en x est appelée **fonction dérivée** de f et se note f'.

B. FORMULES DE DERIVATION DES FONCTIONS USUELLES :

Fonction f	Ensemble de définition de f	Dérivée f'	Ensemble de définition de f'
$f(x) = a,\ a \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = 0$	$\mathbb{R}$
$f(x) = ax,\ a \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = a$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^2$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = 2x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n$ $n \geq 1$ entier	$\mathbb{R}$	$f'(x) = nx^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$\mathbb{R}\backslash\{0\}$	$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}$-{0}
$f(x) = \frac{1}{x^n}$ $n \geq 1$ entier	$\mathbb{R}\backslash\{0\}$	$f'(x) = -\frac{n}{x^{n+1}}$	$\mathbb{R}$-{0}
$f(x) = \sqrt{x}$	$[0\ ;\ +\infty[$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0\ ;\ +\infty[$

C. DEMONSTRATION AU PROGRAMME : NON DERIVABILITE DE LA FONCTION RACINE CARREE EN 0

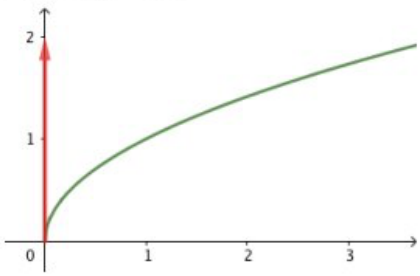
Soit la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$.
On calcule le taux de variation de f en 0 :

Pour $h > 0$: $\frac{f(0+h)-f(0)}{h} = \frac{\sqrt{0+h}-\sqrt{0}}{h} = \frac{\sqrt{h}}{h} = \frac{\sqrt{h}\sqrt{h}}{h\sqrt{h}} = \frac{h}{h\sqrt{h}} = \frac{1}{\sqrt{h}}$

Or : $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(0+h)-f(0)}{h} = \lim\limits_{h\to 0} \frac{1}{\sqrt{h}} = +\infty$.

En effet, lorsque h tend vers 0, $\frac{1}{\sqrt{h}}$ prend des valeurs de plus en plus grandes.

Donc f n'est pas dérivable en 0.
Géométriquement, cela signifie que la courbe représentative de la fonction racine carrée admet une tangente verticale en 0.



Voir aussi : Vidéo https://youtu.be/N5wnOoLDrjo

4. OPERATIONS SUR LES FONCTIONS DERIVEES

A. SOMME, PRODUIT, INVERSE, QUOTIENT DE DERIVEES

u et v sont deux fonctions dérivables sur un intervalle I.
k est un réel.

$u+v$ est dérivable sur I	$(u+v)' = u' + v'$
ku est dérivable sur I, où k est une constante	$(ku)' = ku'$
uv est dérivable sur I	$(uv)' = u'v + uv'$
$\frac{1}{u}$ est dérivable sur I, où u ne s'annule pas sur I	$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$
$\frac{u}{v}$ est dérivable sur I, où v ne s'annule pas sur I	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

Méthode : Calculer les dérivées de sommes, produits et quotients de fonctions

Vidéo https://youtu.be/1fOGueiO_zk

Exercice : Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

1) $f_1(x) = 5x^3$ 2) $f_2(x) = 3x^4 + 4\sqrt{x}$ 3) $f_3(x) = \frac{1}{2x^2+5x}$

4) $f_4(x) = (3x^2 + 4x)(5x - 1)$ 5) $f_5(x) = \frac{6x-5}{x^3-2x^2-1}$

Correction :

1) $f_1(x) = 5u(x)$ avec $u(x) = x^3 \rightarrow u'(x) = 3x^2$

Donc : $f_1'(x) = 5u'(x) = 5 \times 3x^2 = 15x^2$

2) $f_2(x) = u(x) + v(x)$ avec $u(x) = 3x^4$ d'où : $u'(x) = 12x^3$

$v(x) = 4\sqrt{x} \rightarrow v'(x) = 4\frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{x}}$

Donc : $f_2'(x) = u'(x) + v'(x) = 12x^3 + \frac{2}{\sqrt{x}}$

En cas de difficulté **Vidéo** https://youtu.be/ehHoLK98Ht0

3) $f_3(x) = \frac{1}{u(x)}$ avec $u(x) = 2x^2 + 5x \rightarrow u'(x) = 4x + 5$

Donc : $f_3'(x) = -\frac{u'(x)}{u(x)^2} = -\frac{4x+5}{(2x^2+5x)^2}$

En cas de difficulté, voir cet exercice analogue : **Vidéo** https://youtu.be/jOuC7aq3YkM

4) $f_4(x) = u(x)v(x)$ avec $u(x) = 3x^2 + 4x$ d'où : $u'(x) = 6x + 4$

$v(x) = 5x - 1 \rightarrow v'(x) = 5$

Donc : $f_4'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x) = (6x + 4)(5x - 1) + (3x^2 + 4x) \times 5$

$= 30x^2 - 6x + 20x - 4 + 15x^2 + 20x$

$= 45x^2 + 34x - 4$

En cas de difficulté, voir cet exercice analogue : **Vidéo** https://youtu.be/OMsZNNIldrw

5) $f_5(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ avec $u(x) = 6x - 5 \rightarrow u'(x) = 6$

$v(x) = x^3 - 2x^2 - 1 \rightarrow v'(x) = 3x^2 - 4x$

Donc : $f_5'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v(x)^2}$

$= \frac{6(x^3-2x^2-1) - (6x-5)(3x^2-4x)}{(x^3-2x^2-1)^2}$

$= \frac{6x^3-12x^2-6-18x^3+24x^2+15x^2-20x}{(x^3-2x^2-1)^2}$

$= \frac{-12x^3+27x^2-20x-6}{(x^3-2x^2-1)^2}$

En cas de difficulté, voir cet exercice analogue : **Vidéo** https://youtu.be/-MfEczGz_6Y

B. DERIVEE D'UNE COMPOSEE D'UNE FONCTION AFFINE SUIVIE DE *F* :

Fonction	Ensemble de définition	Dérivée
$f(ax+b)$	f dérivable sur I	$af'(ax+b)$

Exemple : Calculer la dérivée de la fonction *f* définie par $f(x) = \sqrt{5x-4}$

Alors $f'(x) = 5\frac{1}{2\sqrt{5x-4}} = \frac{5}{2\sqrt{5x-4}}$

En effet : $(5x-4)' = 5$ et $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

5. ÉTUDE DES VARIATIONS D'UNE FONCTION

Théorème : Soit une fonction f définie et dérivable sur un intervalle I.
- Si $f'(x) \leq 0$, alors f est décroissante sur I.
- Si $f'(x) \geq 0$, alors f est croissante sur I.

1) Exemple d'une fonction du troisième degré

Méthode : Dresser le tableau de variations d'une fonction polynôme du 3e degré

Exercice :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + \frac{9}{2}x^2 - 12x + 5$.

1) Étudier les variations de f et dresser le tableau de variation.

2) Dans repère, représenter graphiquement la fonction f.

Correction :

1) Pour tout x réel, on a : $f'(x) = 3x^2 + 9x - 12$.

Commençons par résoudre l'équation $f'(x) = 0$:

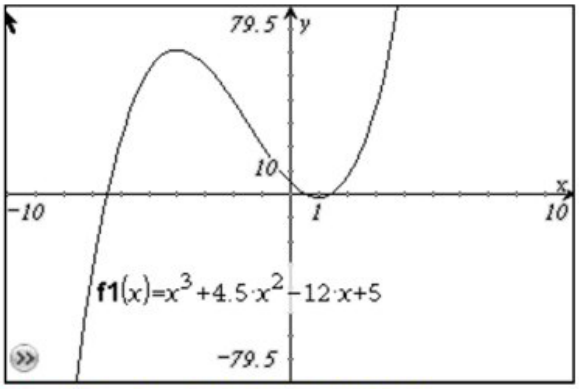
Le discriminant du trinôme $3x^2 + 9x - 12$ est égal à $\Delta = 9^2 - 4 \times 3 \times (-12) = 225$

L'équation possède deux solutions : $x_1 = \frac{-9-\sqrt{225}}{2\times3} = -4$ et $x_2 = \frac{-9+\sqrt{225}}{2\times3} = 1$

On en déduit le tableau de variations de f :

x	$-\infty$		-4		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f		↗	61	↘	$\frac{3}{2}$	↗	

2)



En cas de difficulté : **Vidéo** https://youtu.be/23_Ba3N0fu4

2) Extremum d'une fonction

Théorème : Soit une fonction f définie et dérivable sur un intervalle ouvert I.
Si la dérivée f' de f s'annule et change de signe en un réel c de I alors f admet un extremum en $x = c$.

Méthode : Rechercher un extremum

Exercice :

La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x^2 - 3x + 4$ admet-elle un extremum sur $\mathbb{R}$?

Correction :

Pour tout x réel, on a : $f'(x) = 10x - 3$

Et : $f'(x) = 0$ pour $= \frac{3}{10}$.

On dresse alors le tableau de variations :

x	$-\infty$		$\frac{3}{10}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f		↘	$\frac{71}{20}$	↗	

En effet : $f\left(\frac{3}{10}\right) = \frac{71}{20}$

La fonction f admet donc un minimum égal à $\frac{71}{20}$ en $= \frac{3}{10}$.

En cas de difficulté : **Vidéo** https://youtu.be/zxyKLqnlMlk

3) Position relative de deux courbes

Méthode : Étudier la position relative de deux courbes

Exercice :

Soit f et g deux fonctions définies sur $[2\,;\,+\infty[$ par : $f(x) = x^3$ et $g(x) = -5x + 18$.

Étudier la position relative des courbes représentatives C_f et C_g.

Correction :

On va étudier le signe de la différence $f(x) - g(x)$:

On pose : $h(x) = f(x) - g(x) = x^3 + 5x - 18$.

Pour tout x de $[2\,;\,+\infty[$, on a : $h'(x) = 3x^2 + 5$

Donc $h'(x) > 0$.

On en déduit que la fonction h est strictement croissante sur $[2\,;\,+\infty[$.

On construit le tableau de variations :

x	2		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	
h	0	↗	

$h(2) = 2^3 + 5 \times 2 - 18 = 0$
D'après le tableau de variations, on a $h(x) \geq 0$.
Soit : $f(x) - g(x) \geq 0$ et donc $f(x) \geq g(x)$.
On en déduit que la courbe C_f est au-dessus de la courbe C_g sur l'intervalle $[2\,;\,+\infty[$.
En cas de difficulté : **Vidéo** https://youtu.be/ON14GJOYogw

CHAPITRE 7 PRODUIT SCALAIRE (1ERE PARTIE)

1. DEFINITION ET PROPRIETES

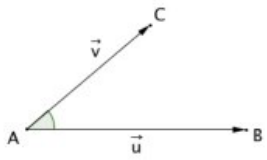
A. NORME D'UN VECTEUR

Définition : Soit un vecteur $\vec{u}$ et deux points A et B tels que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$.
La **norme du vecteur** $\vec{u}$, notée $\|\vec{u}\|$, est la distance AB.

B. DEFINITION DU PRODUIT SCALAIRE

Définition : Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan.
On appelle **produit scalaire** de $\vec{u}$ par $\vec{v}$, noté $\vec{u}.\vec{v}$, le nombre réel défini par :

- $\vec{u}.\vec{v} = 0$, si l'un des deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est nul
- $\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times cos(\vec{u}\,;\,\vec{v})$, dans le cas contraire.



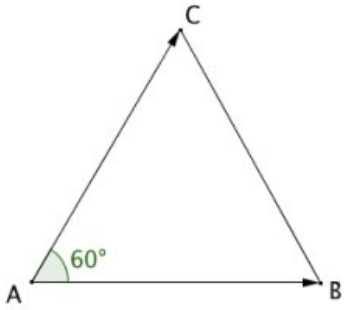
$\vec{u}.\vec{v}$ se lit "$\vec{u}$ scalaire $\vec{v}$".

Remarque :
Si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont deux représentants des vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ alors :
$\vec{u}.\vec{v} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \left\|\overrightarrow{AB}\right\| \times \left\|\overrightarrow{AC}\right\| \times \cos\widehat{BAC}$

Méthode : Calculer un produit scalaire à l'aide du cosinus

Vidéo https://youtu.be/CJxwKG4mvWs

Soit un triangle équilatéral ABC de côté a.
Calculer, en fonction de a, le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.



$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} &= \left\|\overrightarrow{AB}\right\| \times \left\|\overrightarrow{AC}\right\| \times \cos\widehat{BAC} \\ &= a \times a \times \cos 60° \\ &= a^2 \times 0{,}5 \\ &= \frac{a^2}{2}\end{aligned}$$

Attention : Le produit scalaire de deux vecteurs est un nombre réel. Écrire par exemple $\vec{u}.\vec{v} = \vec{0}$ n'est pas correct.

C. PROPRIETE DE SYMETRIE DU PRODUIT SCALAIRE

Propriété : Pour tout vecteur $\vec{u}$ et $\vec{v}$, on a : $\vec{u}.\vec{v} = \vec{v}.\vec{u}$

Démonstration :

On suppose que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls (démonstration évidente dans la cas contraire).

$\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times cos(\vec{u}\,;\,\vec{v})$
$= \|\vec{v}\| \times \|\vec{u}\| \times cos(\vec{u}\,;\,\vec{v})$
$= \|\vec{v}\| \times \|\vec{u}\| \times cos\big(-(\vec{v}\,;\,\vec{u})\big)$
$= \|\vec{v}\| \times \|\vec{u}\| \times cos(\vec{v}\,;\,\vec{u})$
$= \vec{v}.\vec{u}$

D. OPERATIONS SUR LES PRODUITS SCALAIRES

Propriétés : Pour tous vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$, on a :
1) $\vec{u}.(\vec{v}+\vec{w}) = \vec{u}.\vec{v} + \vec{u}.\vec{w}$ 2) $\vec{u}.(k\vec{v}) = k\vec{u}.\vec{v}$, où k est un réel quelconque.

E. IDENTITES REMARQUABLES

Propriétés : Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, on a :
1) $(\vec{u}+\vec{v})^2 = \vec{u}^2 + 2\vec{u}.\vec{v} + \vec{v}^2$
2) $(\vec{u}-\vec{v})^2 = \vec{u}^2 - 2\vec{u}.\vec{v} + \vec{v}^2$
3) $(\vec{u}+\vec{v})(\vec{u}-\vec{v}) = \vec{u}^2 - \vec{v}^2$

Démonstration pour le 2) :

$(\vec{u}-\vec{v})^2 = (\vec{u}-\vec{v})(\vec{u}-\vec{v})$
$= \vec{u}.\vec{u} - \vec{u}.\vec{v} - \vec{v}.\vec{u} + \vec{v}.\vec{v}$
$= \vec{u}^2 - 2\vec{u}.\vec{v} + \vec{v}^2$

2. PRODUIT SCALAIRE ET NORME

A. PROPRIETES

Soit un vecteur $\vec{u}$, on a :
$\vec{u}.\vec{u} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{u}\| \times cos(\vec{u}\,;\,\vec{u}) = \|\vec{u}\|^2 \times \cos 0 = \|\vec{u}\|^2$ et $\vec{u}.\vec{u} = \vec{u}^2$
On a ainsi : $\vec{u}^2 = \vec{u}.\vec{u} = \|\vec{u}\|^2$

Propriété : Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs. On a :
$\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}-\vec{v}\|^2)$ et $\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2)$

Démonstration de la première formule :

$\|\vec{u}-\vec{v}\|^2 = (\vec{u}-\vec{v})^2$
$= \vec{u}^2 - 2\vec{u}.\vec{v} + \vec{v}^2$

Donc $\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}-\vec{v}\|^2)$

Propriété : Soit A, B et C trois points du plan. On a :
$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(AB^2 + AC^2 - BC^2)$

Démonstration :

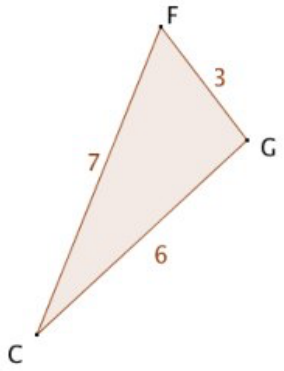
$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\left(\|\overrightarrow{AB}\|^2 + \|\overrightarrow{AC}\|^2 - \|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}\|^2\right)$

$= \frac{1}{2}\left(AB^2 + AC^2 - \|\overrightarrow{CB}\|^2\right)$

$= \frac{1}{2}(AB^2 + AC^2 - BC^2)$

Méthode : Calculer un produit scalaire à l'aide des normes

On considère la figure ci-contre, calculer le produit scalaire $\overrightarrow{CG}.\overrightarrow{CF}$.



$\overrightarrow{CG}.\overrightarrow{CF} = \frac{1}{2}(CG^2 + CF^2 - GF^2)$

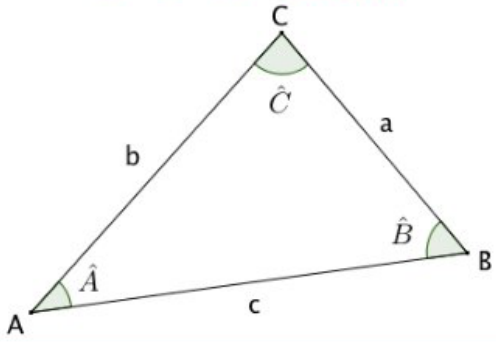
$= \frac{1}{2}(6^2 + 7^2 - 3^2)$

$= 38$

B. THEOREME D'AL KASHI

Théorème : Dans un triangle ABC, on a, avec les notations de la figure :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$$



Démonstration au programme :

Vidéo https://youtu.be/34OJiQ_4-N4

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos\hat{A} = bc\cos\hat{A}$

et

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(AB^2 + AC^2 - BC^2) = \frac{1}{2}(b^2 + c^2 - a^2)$

Donc : $\frac{1}{2}(b^2 + c^2 - a^2) = bc\cos\hat{A}$

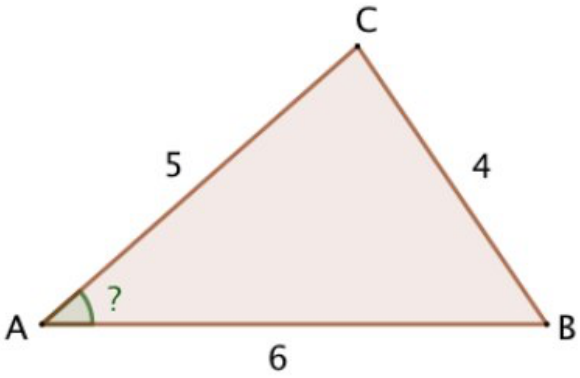
Soit : $b^2 + c^2 - a^2 = 2\,bc\cos\hat{A}$

Soit encore : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$

Méthode : Appliquer le théorème d'Al Kashi

Vidéo https://youtu.be/-cQQAjHJ0Kc

On considère la figure ci-contre, calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ au degré près.



D'après le théorème d'Al Kashi, on a :

$CB^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos \widehat{BAC}$
$4^2 = 6^2 + 5^2 - 2 \times 6 \times 5 \times \cos \widehat{BAC}$
$16 = 36 + 25 - 60 \cos \widehat{BAC}$
$60 \cos \widehat{BAC} = 36 + 25 - 16$
$60 \cos \widehat{BAC} = 45$
$\cos \widehat{BAC} = \dfrac{45}{60}$
$\cos \widehat{BAC} = \dfrac{3}{4}$
$\widehat{BAC} \approx 41°$

CHAPITRE 8 PRODUIT SCALAIRE APPLICATIONS (2EME PARTIE)

1. PRODUIT SCALAIRE ET ORTHOGONALITE

A. VECTEURS ORTHOGONAUX

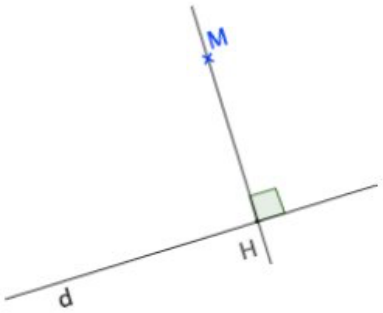
Propriété : Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si et seulement si $\vec{u}.\vec{v} = 0$.

Démonstration :

Si l'un des vecteurs est nul, la démonstration est évidente.
Supposons le contraire.
$\vec{u}.\vec{v} = 0$
$\Leftrightarrow \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times cos(\vec{u}\,;\,\vec{v}) = 0$
$\Leftrightarrow cos(\vec{u}\,;\,\vec{v}) = 0$
$\Leftrightarrow$ Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux

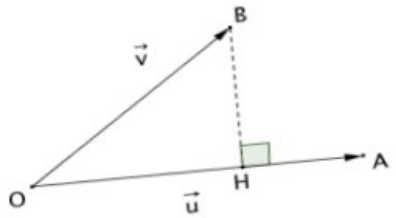
B. PROJECTION ORTHOGONALE

Définition : Soit une droite *d* et un point M du plan.
Le **projeté orthogonal** du point M sur la droite *d* est le point d'intersection H de la droite *d* avec la perpendiculaire à *d* passant par M.



Propriété : Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls du plan tels que $\vec{u} = \overrightarrow{OA}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{OB}$.
H est le projeté orthogonal du point B sur la droite (OA).

On a : $\vec{u}.\vec{v} = \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OH}$



Démonstration :

$\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA}.(\overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HB})$

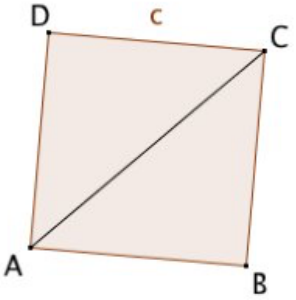
$= \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OH} + \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{HB}$

$= \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OH}$

En effet, les vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{HB}$ sont orthogonaux donc $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{HB} = 0$.

Méthode : Calculer un produit scalaire par projection

Vidéo https://youtu.be/2eTsaa2vVnI



Soit un carré ABCD de côté *c*.
Calculer, en fonction de *c*, les produits scalaires :
a) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ b) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ c) $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{CB}$

a) Par projection, on a :
$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB} = \|\overrightarrow{AB}\|^2 = c^2$

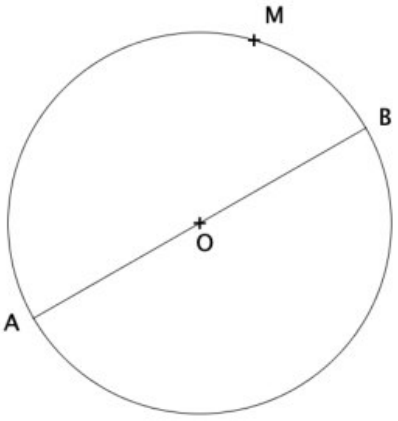
b) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = 0$ car les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont orthogonaux.

c) $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{DA} = -\|\overrightarrow{AD}\|^2 = -c^2$

3) Transformation de l'expression $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}$

Propriété : L'ensemble des points M vérifiant l'égalité $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$ est le cercle de diamètre [AB].

Démonstration au programme :

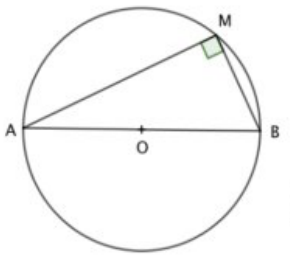


Soit O le milieu du segment [AB].
On a :
$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$
$\Leftrightarrow (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA}).(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB}) = 0$
Comme O est le milieu de [AB], on a : $\overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OA}$
Soit :
$(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA}).(\overrightarrow{MO} - \overrightarrow{OA}) = 0$
$\Leftrightarrow \overrightarrow{MO}^2 - \overrightarrow{OA}^2 = 0$ car $(\vec{u} + \vec{v}).(\vec{u} - \vec{v}) = \vec{u}^2 - \vec{v}^2$
$\Leftrightarrow MO^2 - OA^2 = 0$

Soit : $MO^2 = OA^2$ soit encore $MO = OA$.
M appartient donc au cercle de centre O et de rayon OA, c'est-à-dire le cercle de diamètre [AB].

Propriété : Un point M, distinct de A et B, appartient au cercle de diamètre [AB] si et seulement si le triangle ABM est rectangle en M.

Justification : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$ si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ sont orthogonaux.



2. PRODUIT SCALAIRE DANS UN REPERE ORTHONORME

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$.

Propriété : Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de coordonnées respectives $(x\,;y)$ et $(x'\,;y')$.
On a : $\vec{u}.\vec{v} = xx' + yy'$.

Démonstration :

$\vec{u}.\vec{v} = (x\vec{\imath} + y\vec{\jmath})(x'\vec{\imath} + y'\vec{\jmath})$
$= xx'\vec{\imath}.\vec{\imath} + xy'\vec{\imath}.\vec{\jmath} + yx'\vec{\jmath}.\vec{\imath} + yy'\vec{\jmath}.\vec{\jmath}$
$= xx'\|\vec{\imath}\|^2 + xy'\vec{\imath}.\vec{\jmath} + yx'\vec{\jmath}.\vec{\imath} + yy'\|\vec{\jmath}\|^2$
$= xx' + yy'$

car $\|\vec{\imath}\| = \|\vec{\jmath}\| = 1$, le repère étant normé,
et $\vec{\imath}.\vec{\jmath} = \vec{\jmath}.\vec{\imath} = 0$, le repère étant orthogonal.

Méthode : Calculer un produit scalaire à l'aide des coordonnées

Vidéo https://youtu.be/aOLRbG0libY

Vidéo https://youtu.be/cTtV4DsoMLQ

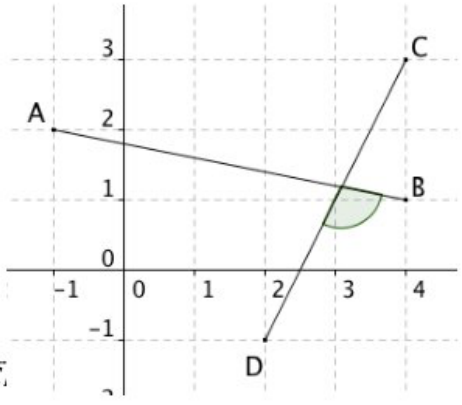
Soit $\vec{u}(5\,;\,-4)$ et $\vec{v}(-3\,;\,7)$ deux vecteurs. Calculer $\vec{u}.\vec{v}$

$\vec{u}.\vec{v} = 5 \times (-3) + (-4) \times 7 = -15 - 28 = -43$

Méthode : Déterminer un angle à l'aide du produit scalaire

Vidéo https://youtu.be/ca_pW79ik9A

Calculer la mesure de l'angle $(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{CD})$ en lisant les coordonnées des points A, B, C et D dans le repère.



On a :
$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = \|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{CD}\| \times \cos(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{CD})$
$= \sqrt{(4-(-1))^2 + (2-1)^2} \times \sqrt{(4-2)^2 + (3-(-1))^2} \times \cos(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{C}$
$= \sqrt{520} \times \cos(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{CD})$
$= 2\sqrt{130} \times \cos(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{CD})$

On a également : $\overrightarrow{AB}(5\,;\,-1)$ et $\overrightarrow{CD}(-2\,;\,-4)$, donc :
$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = 5 \times (-2) + (-1) \times (-4) = -6$

On a ainsi : $2\sqrt{130} \times \cos\left(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{CD}\right) = -6$

Et donc : $\cos\left(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{CD}\right) = -\dfrac{6}{2\sqrt{130}} = -\dfrac{3}{\sqrt{130}}$

Et : $\left(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{CD}\right) \approx 105{,}3°$.

CHAPITRE 9 FONCTION EXPONENTIELLE

1. FONCTION EXPONENTIELLE

Propriétés (Existence et unicité de la fonction exponentielle)
Il existe une unique fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que :
$f(0) = 1$ et $f' = f$
Cette fonction est appelée fonction exponentielle. On la note *exp*. Ainsi, la fonction exponentielle est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et on a $exp(0) = 1$ et $exp' = exp$.
De plus, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $\exp(x) \neq 0$.

Démonstration :
On admet l'existence d'une telle fonction f, on va démontrer son unicité.
Étape (1) On va montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \times f(-x) = 1$ et $f(x) \neq 0$.

Soit $h(x) = f(x) \times f(-x)$ pour $x \in \mathbb{R}$. Alors h est dérivable sur $\mathbb{R}$ et

$h'(x) = f'(x) \times f(-x) + f(x) \times (-1) \times f'(x) = f(x) \times f(-x) - f(x) \times f(-x) = 0.$

h est donc une fonction constante sur $\mathbb{R}$.

Comme $h(0) = f(0) \times f(-0) = 1 \times 1 = 1$, on en déduit que $f(x) \times f(-x) = 1$ pour $x \in \mathbb{R}$.

On déduit de ce résultat que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \neq 0$.

Étape (2) Soit g une fonction qui vérifie les mêmes propriétés que f : $g' = g$ et $g(0) = 1$.

On définit une fonction k par $k(x) = \dfrac{g(x)}{f(x)}$, ce qui est possible pour $x \in \mathbb{R}$ d'après l'étape précédente.

Alors $k'(x) = \dfrac{g'(x)f(x) - g(x)f'(x)}{(f(x))^2} = \dfrac{g(x)f(x) - g(x)f(x)}{(f(x))^2} = 0.$

On en déduit que k est une fonction constante. Or $k(0) = \dfrac{g(0)}{f(0)} = \dfrac{1}{1} = 1$, donc pour tout réel x, $k(x) = 1$.

On en déduit que pour tout réel x, $g(x) = f(x)$: la fonction f est unique.

2. PROPRIETES ALGEBRIQUES

A. EXPONENTIELLE D'UNE SOMME :

Propriétés :
Pour tous réels a et b : $exp(a + b) = exp(a) \times exp(b)$
Autrement dit, l'exponentielle d'une somme de deux nombres est le produit de l'exponentielle de chacun de ces deux nombres.

Démonstration :

Soit $b \in \mathbb{R}$. On définit une fonction f sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{1}{\exp(b)} \times \exp(x+b)$.

Alors f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(x) = \dfrac{1}{\exp(b)} \times 1 \times \exp(x+b) = \dfrac{1}{\exp(b)} \times \exp(x+b) = f(x)$.

De plus $f(0) = \dfrac{1}{\exp(b)} \times \exp(0+b) = 1$.

On déduit des points précédents que f est la fonction exponentielle, et donc que pour tout entier x, on a $\dfrac{1}{\exp(b)} \times \exp(x+b) = \exp(x)$ soit $\exp(x+b) = \exp(x) \times \exp(b)$, ce qui démontre la propriété.

Application et méthode :

Exercice : déterminer la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f' = f$ et $f(0)=3$.
Correction : on pose $f(x) = 3\exp(x)$. Cette fonction est bien définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout x de $\mathbb{R}$, $f'(x)=3\exp'(x) = 3\exp(x) = f(x)$. De plus, $f(0)=3\exp(0) = 3 \times 1 = 3$.

B. Exponentielle de l'oppose d'un nombre, d'une difference, d'un produit :

Propriétés

On déduit de la propriété précédente que :

- pour $a \in \mathbb{R}$: $\exp(-a) = \dfrac{1}{\exp(a)}$
- pour $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$: $\exp(a-b) = \dfrac{\exp(a)}{\exp(b)}$
- pour $n \in \mathbb{N}$ et $a \in \mathbb{R}$: $\exp(na) = (\exp(a))^n$

Démonstration :

- D'après la démonstration de la partie précédente, on a $\exp(a) \times \exp(-a) = 1$ pour tout réel a, d'où $\exp(-a) = \dfrac{1}{\exp(a)}$
- $\exp(a-b) = \exp(a) \times \exp(-b) = \exp(a) \times \dfrac{1}{\exp(b)} = \dfrac{\exp(a)}{\exp(b)}$
- Soit $a \in \mathbb{R}$. Soit (u_n) la suite définie par $u_n = \exp(na)$ pour $n \in \mathbb{N}$.

Alors, pour tout entier n on a : $u_{n+1} = \exp((n+1)a) = \exp(na+a) = \exp(na) \times \exp(a) = \exp(a) \times u_n$.

On en déduit que (u_n) est une suite géométrique de raison $\exp(a)$.

De plus, $u_0 = \exp(0 \times a) = \exp(0) = 1$ donc $u_n = 1 \times (\exp(a))^n = \exp(a)^n$, ce qui démontre la propriété.

Exemples :

a) $\exp(3+7) = \exp(3) \times \exp(7)$

b) $\exp(-5) = \dfrac{1}{\exp(5)}$

c) $\exp(8) = \exp(4 \times 2) = (\exp(2))^4$, ce qui se lit aussi $(\exp(2))^4 = \exp(4 \times 2) = \exp(8)$.

Application et méthode :

Exercice :

Dans chaque cas, simplifier l'expression en n'utilisant qu'une seule fois la fonction exponentielle.

a) $\exp(5) \times \exp(8) \times [\exp(2)]^3$

b) $\exp(5) \times \exp(-4) \times \exp(3x)$

Correction :
a) $\exp(5) \times \exp(8) \times [\exp(2)]^3 = \exp(5 + 8) \times [\exp(2 \times 3)] = \exp(13 + 6) = \exp(19)$.
b) $\exp(5) \times \exp(-6) \times \exp(3x) = \exp(5 - 6) \times \exp(3x) = \exp(3x - 1)$.

3. NOUVELLE NOTATION ET NOMBRE *E*

A. NOMBRE *E*

Définition :
Le nombre e est l'image de 1 par la fonction exponentielle.
$\exp(1) = e$

Notation Les propriétés algébriques précédentes sont analogues aux règles de calcul des puissances. On introduit donc une nouvelle notation : $\exp(x) = e^x$.

Remarque On a $e \approx 2{,}72$.
Conséquence : l'égalité $\exp(0) = 1$ s'écrit donc maintenant $e^0 = 1$.

B. NOUVELLE ECRITURE ET PROPRIETES ALGEBRIQUES

Propriétés
Les propriétés précédentes deviennent :
- pour $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$: $e^{a+b} = e^a \times e^b$
- pour $a \in \mathbb{R}$ et $\exp(a) \neq 0$: $e^{-a} = \frac{1}{e^a}$
- pour $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$: $e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$
- pour $n \in \mathbb{N}$ et $a \in \mathbb{R}$: $(e^a)^n = e^{na}$

Remarque : cette nouvelle notation permet d'appliquer les mêmes règles de calcul qu'avec les puissances.

Méthode : Simplifier les écritures

Vidéo https://youtu.be/qDFjeFyA_OY
Simplifier l'écriture des nombres suivants :

$A = \frac{e^7 \times e^{-4}}{e^{-5}}$ $\quad B = (e^5)^{-6} \times e^{-3}$ $\quad C = \frac{1}{(e^{-3})^2} + \frac{(e^4)^{-1}}{e^2 \times e^{-6}}$ $\quad D = \frac{(e^{2x})^3}{e^{3x+1} \times e^{-x-1}}$

$A = \frac{e^7 \times e^{-4}}{e^{-5}}$
$= \frac{e^{7-4}}{e^{-5}}$
$= \frac{e^3}{e^{-5}}$
$= e^{3-(-5)}$
$= e^8$

$B = (e^5)^{-6} \times e^{-3}$
$= e^{5 \times (-6)} \times e^{-3}$
$= e^{-30} \times e^{-3}$
$= e^{-30-3}$
$= e^{-33}$

$C = \frac{1}{(e^{-3})^2} + \frac{(e^4)^{-1}}{e^2 \times e^{-6}}$
$= \frac{1}{e^{-3 \times 2}} + \frac{e^{4 \times (-1)}}{e^{2-6}}$
$= \frac{1}{e^{-6}} + \frac{e^{-4}}{e^{-4}}$
$= e^6 + 1$

$D = \frac{(e^{2x})^3}{e^{3x+1} \times e^{-x-1}}$
$= \frac{e^{2x \times 3}}{e^{3x+1-x-1}}$
$= \frac{e^{6x}}{e^{2x}}$
$= e^{6x-2x}$
$= e^{4x}$

4. LIEN AVEC LES SUITES GEOMETRIQUES

Propriété :
Soit $a \in \mathbb{R}$. La suite (u_n) définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = e^{na}$ est une suite géométrique de raison e^a.

Démonstration : voir le troisième point de la deuxième démonstration du paragraphe II.

Exemple :
La suite (u_n) définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = e^{2n}$ est géométrique de raison e^2.

Remarque : Réciproquement, pour tout réel $q > 0$, il existe un unique a tel que $e^a = q$. On a alors $q^n = e^{na}$: le terme général de toute suite géométrique de raison strictement positive peut s'écrire avec la fonction exponentielle. On parle de hausse ou de baisse exponentielle dans le cas de modélisation par une suite géométrique.

Exemple :

Un capital de 5 000 € est déposé sur un compte au taux annuel de 4 %.
On note u_n le montant du capital après n années.
Ainsi, (u_n) est géométrique de raison $1 + \frac{4}{100} = 1{,}04$ et $u^n = 5\,000 \times 1{,}04^n$.
Alors, comme $e^{0{,}039\,22} \approx 1{,}04$, on a $u^n \approx 5\,000 \times e^{0{,}092\,2n}$.
Le capital suit une croissance exponentielle.

5. PROPRIETES ANALYTIQUES

A. SIGNE DE L'EXPONENTIELLE

Propriété :
Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $e^x > 0$

Démonstration :

Pour tout nombre réel x, on a $e^x = e^{\frac{x}{2}+\frac{x}{2}} = e^{\frac{x}{2}} \times e^{\frac{x}{2}} = \left(e^{\frac{x}{2}}\right)^2$. Dans $\mathbb{R}$, un carré est toujours positif ou nul. Or, la fonction exponentielle ne s'annule jamais sur $\mathbb{R}$ donc, pour tout nombre réel x, $\left(e^{\frac{x}{2}}\right)^2 > 0$ d'où $e^x > 0$.

B. VARIATIONS DE LA FONCTION EXPONENTIELLE

Propriété :
La fonction exponentielle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

Démonstration :

Par définition, la fonction exponentielle est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, d'après la propriété précédente, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $e^x > 0$ donc la fonction exponentielle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

Conséquences :

Propriété :
Pour tous réels a et b :
$e^a = e^a \Leftrightarrow a = b$ et $e^a < e^a \Leftrightarrow a < b$

Démonstration :

- 1ère équivalence :
  sens direct : montrons que $e^a = e^b \Rightarrow a = b$. On va utiliser un raisonnement **par l'absurde.** Supposons que $e^a = e^b$ et $a \neq b$. Puisque $a \neq b$, alors soit $a < b$, soit $a > b$. Si $a < b$, alors, la fonction exponentielle étant strictement croissante sur $\mathbb{R}$, on a $e^a < e^b$, ce qui est impossible puisque $e^a = e^b$. On démontre de même que $a > b$ est impossible. On a donc $a = b$.
  sens indirect : montrons que $a = b \Rightarrow e^a = e^b$. Le nombre a possède une seule image e^a par la fonction exponentielle donc b, qui est égal à a, a également pour image e^a. Autrement dit $e^a = e^b$.
  En conclusion : $e^a = e^b \Leftrightarrow a = b$.
- 2nde équivalence :
  sens direct : montrons que $e^a < e^b \Rightarrow a < b$. On raisonne de la même manière que ci-dessus. Supposons que
  $e^a = e^b$ et $a \geq b$. Puisque $a \geq b$, alors la fonction exponentielle étant strictement croissante sur $\mathbb{R}$, on a $e^a \geq e^b$, ce qui est impossible puisque $e^a < e^b$.
  sens indirect : c'est la traduction du fait que la fonction exponentielle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
  En conclusion : $e^a < e^b \Leftrightarrow a < b$.

Application à la résolution d'équations et d'inéquations

Vidéo https://youtu.be/dA73-HT-I_Y
Vidéo https://youtu.be/d28Fb-zBe4Y

Exercice :
a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^{x^2-3} - e^{-2x} = 0$.
b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $e^{4x-1} \geq 1$.

Correction :
a) $e^{x^2-3} - e^{-2x} = 0$
$\Leftrightarrow e^{x^2-3} = e^{-2x}$
$\Leftrightarrow x^2 - 3 = -2x$
$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$
$\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-3) = 16$
Donc $x = \frac{-2-\sqrt{16}}{2\times1} = -3$ ou $x = \frac{-2+\sqrt{16}}{2\times1} = 1$
Les solutions sont –3 et 1.

b) $e^{4x-1} \geq 1$
$\Leftrightarrow e^{4x-1} \geq e^0$
$\Leftrightarrow 4x - 1 \geq 0$
$\Leftrightarrow x \geq \frac{1}{4}$
L'ensemble des solutions est l'intervalle $\left[\frac{1}{4} ; +\infty\right[$.

C. EXPONENTIELLE D'UNE FONCTION AFFINE :

Propriété :
Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{u(x)}$ où u est une fonction affine de la forme $u(x) = ax + b$. Alors, f est dérivable et $f'(x) = a \times e^{u(x)} = a \times f(x)$.

Démonstration : on applique la règle de la dérivation à la fonction exponentielle.
Pour toute fonction h dérivable et pour tous réels a et b , on sait que la dérivée de la fonction qui à x associe $h(ax + b)$ est la fonction qui à x associe $ah'(ax + b)$.

Exemples :

a) Soit g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^{-3x+2}$. g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $g'(x) = (-3)\, e^{-3x+2}$.

b) La fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = -4\, e^{2x-7} + 3$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout réel x, $h'(x) = 2 \times (-4\, e^{2x-7}) = -8\, e^{2x-7}$. Pour tout réel x, $e^{2x-7} > 0$. On en déduit que, pour tout réel x, $h'(x) < 0$. Par conséquent, h est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

6. COURBE REPRESENTATIVE DE LA FONCTION EXPONENTIELLE

A. REPRESENTATION GRAPHIQUE :

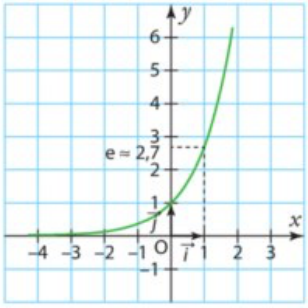
Propriété :

La représentation graphique de la fonction exponentielle est la courbe suivante :

Le coefficient directeur de la tangente à la courbe en son point d'abscisse 1 est, par définition du nombre dérivé, égal à exp'(0).

Or exp'(0) = exp(0) = 1,

donc ce coefficient directeur est 1.



B. FONCTION $x \mapsto e^{kx}$

Propriété :

Soit $k \in \mathbb{R}$. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{kx}$. Alors :

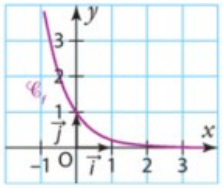
- Si $k > 0$, alors f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
- Si $k < 0$, alors f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

Démonstration :

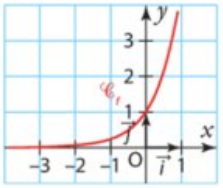
f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(x) = ke^{kx}$ donc $f'(x)$ est du même signe que k, ce qui démontre la propriété.

La courbe de la fonction $t \mapsto e^{kx}$ a l'allure suivante.

- Si $k < 0$



- Si $k > 0$



Remarque : pour ces fonctions, on a $f'(0) = k$.

7. COMPLEMENTS

A. FICHE DE REVISIONS

1 La fonction exponentielle, notée $\exp$, est l'unique fonction $x \mapsto e^x$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, égale à sa dérivée sur $\mathbb{R}$ et vérifiant $e^0 = 1$. Pour tout nombre réel x, $e^x > 0$. Cela permet de :

- ✔ compléter la liste des fonctions de référence avec une nouvelle fonction importante dans plusieurs domaines des mathématiques (analyse, probabilité, algèbre, etc.) ;
- ✔ résoudre des problèmes liés à des croissances ou des décroissances à taux constants.

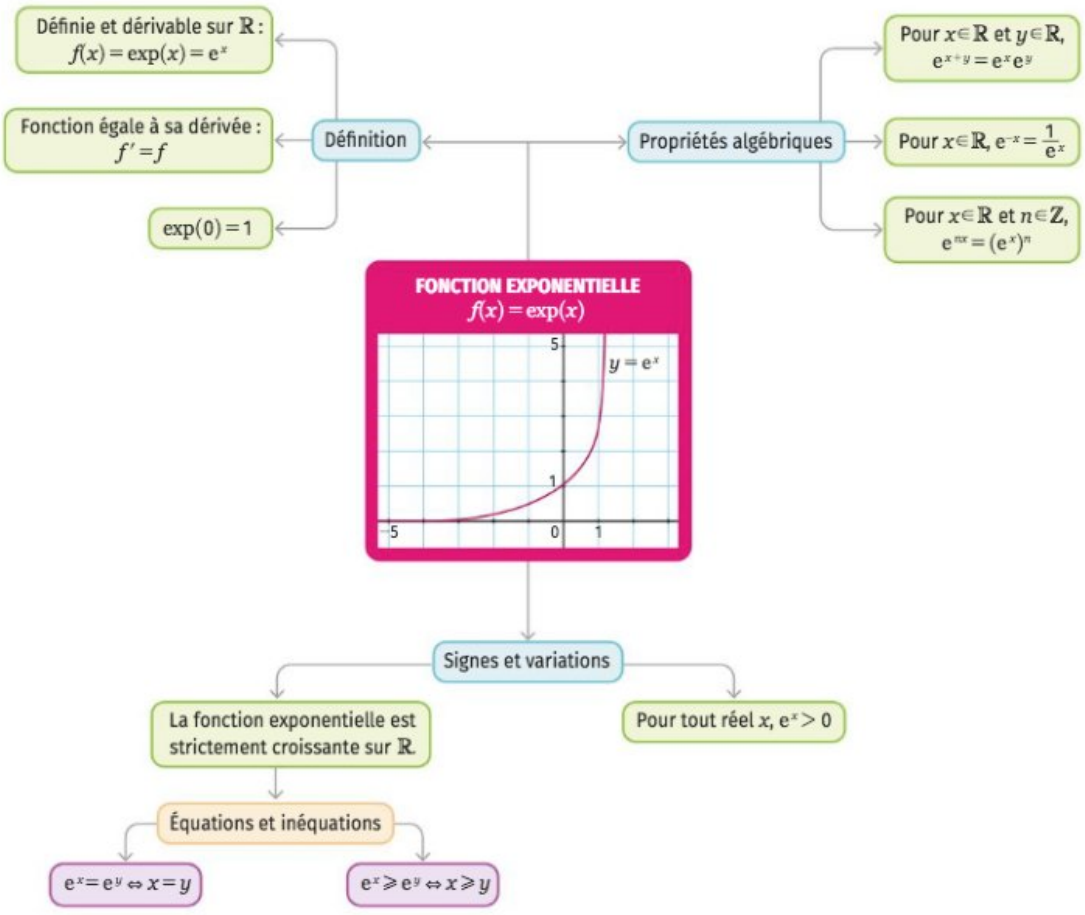
2 Pour tous nombres réels x et y et tout entier relatif n, $e^{x+y} = e^x e^y$; $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$ et $e^{nx} = (e^x)^n$. Cela permet de :

- ✔ transformer une expression contenant la fonction exponentielle pour obtenir une forme simplifiée ;
- ✔ résoudre des équations où apparaît la fonction exponentielle.

3 La fonction exponentielle est dérivable sur $\mathbb{R}$ et est égale à sa dérivée. Cela permet de :

- ✔ connaître les variations de la fonction exponentielle : elle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$;
- ✔ résoudre des équations et des inéquations : $\exp(a) = \exp(b) \Leftrightarrow a = b$ et $\exp(a) > \exp(b) \Leftrightarrow a > b$;
- ✔ étudier des fonctions plus complexes où la fonction exponentielle intervient.

B. CARTE mentale



CHAPITRE 10 GEOMETRIE REPEREE

On se place dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ du plan.

1. EQUATIONS CARTESIENNES DE DROITES

Rappel : critère de colinéarité :
Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si $xy' - yx' = 0$.

Equation cartésienne d'une droite :
On appelle équation cartésienne d'une droite du plan l'égalité $\boldsymbol{ax + by + c = 0}$, où *a*, *b* et *c* sont des coefficients réels donnés.

Vecteur directeur d'une droite :
Un vecteur directeur d'une droite d'équation cartésienne $ax + by + c = 0$ est $\vec{u}(-b\,;a)$.

Propriété (conséquence des deux précédentes) :
Les droites d'équation $ax + by + c = 0$ et $a'x + b'y + c' = 0$ sont parallèles si et seulement si $ab' - a'b = 0$.

Méthode : Déterminer une équation de droite à partir d'un point et d'un vecteur directeur

Vidéo https://youtu.be/NosYmlLLFB4
Vidéo https://youtu.be/i5WD8lZdEqk

Exercice :
On considère un repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ du plan.
1) Déterminer une équation cartésienne de la droite *d* passant par le point A(3 ; 1) et de vecteur directeur $\vec{u}(-1\,;5)$.
2) Déterminer une équation cartésienne de la droite *d'* passant par les points B(5 ; 3) et C(1 ; –3).

Correction :
1) Soit un point M(x ; y) de la droite *d*.
Les vecteurs $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-3\\y-1\end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\5\end{pmatrix}$ sont colinéaires, soit :
$5(x-3)-(-1)(y-1)=0$.
Soit encore : $5x + y - 16 = 0$.
Une équation cartésienne de *d* est : $5x + y - 16 = 0$.

Remarque :
Une autre méthode consiste à utiliser la propriété énoncée plus haut.
Ainsi, comme $\vec{u}(-1\,;5)$ est un vecteur directeur de *d*, une équation de *d* est de la forme : $5x + 1y + c = 0$.
Pour déterminer c, il suffit de substituer les coordonnées de A dans l'équation.

2) $\overrightarrow{BC}$ est un vecteur directeur de *d'*.
$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}1-5\\-3-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\-6\end{pmatrix}$.
Une équation cartésienne de *d'* est de la forme : $-6x + 4y + c = 0$.
B(5 ; 3) appartient à *d'* donc : –6 x 5 + 4 x 3 + c = 0 donc c = 18.

Une équation cartésienne de *d'* est : $-6x + 4y + 18 = 0$ ou encore $3x - 2y - 9 = 0$.

Tracer une droite dans un repère :

Vidéo https://youtu.be/EchUv2cGtzo

Équation cartésienne et équation réduite

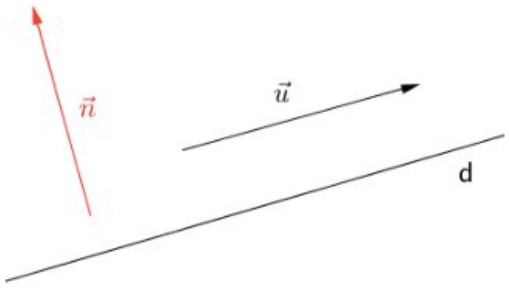
Si $b \neq 0$, alors l'équation cartésienne $ax + by + c = 0$ de la droite D peut être ramenée à une équation réduite. $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$

Le coefficient directeur de D est $-\frac{a}{b}$, son ordonnée à l'origine est $-\frac{c}{b}$ et un vecteur directeur de D est $\left(1 ; -\frac{a}{b}\right)$.

Exemple :
Soit *d* dont une droite d'équation cartésienne $4x + y - 6 = 0$.
Son équation réduite est $y = -4x + 6$.

2. ÉQUATION DE DROITE DE VECTEUR NORMAL DONNE

Définition : Soit une droite *d*.
On appelle **vecteur normal** à une droite *d*, un vecteur non nul orthogonal à un vecteur directeur de *d*.



Exemple :
Soit la droite *d* d'équation cartésienne $2x - 3y - 6 = 0$.
Un vecteur directeur de *d* est : $\vec{u}(3 ; 2)$.
Un vecteur normal $\vec{n}(a ; b)$ de *d* est tel que : $\vec{u}.\vec{n} = 0$
Soit : $3a + 2b = 0$.
a = –2 et b = 3 conviennent, ainsi le vecteur $\vec{n}(-2 ; 3)$ est un vecteur normal de *d*.

Propriétés : - Une droite de vecteur normal $\vec{n}(a ; b)$ admet une équation cartésienne de la forme $ax + by + c = 0$ où c est un nombre réel à déterminer.
- Réciproquement, la droite *d* d'équation cartésienne $ax + by + c = 0$ admet le vecteur $\vec{n}(a ; b)$ pour vecteur normal.

Méthode : Déterminer une équation de droite connaissant un point et un vecteur normal

Vidéo https://youtu.be/oR5QoWCiDIo

Exercice :
Dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ du plan, on considère la droite *d* passant par le point $A(-5\,;4)$ et dont un vecteur normal est le vecteur $\vec{n}(3\,;-1)$.
Déterminer une équation cartésienne de la droite *d*.

Correction :
Comme $\vec{n}(3\,;-1)$ est un vecteur normal de *d*, une équation cartésienne de *d* est de la forme $3x-y+c=0$
Le point $A(-5\,;4)$ appartient à la droite *d*, donc : $3\times(-5)-4+c=0$ et donc : $c=19$.
Une équation cartésienne de *d* est : $3x-y+19=0$.

Méthode : Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d'un point sur une droite

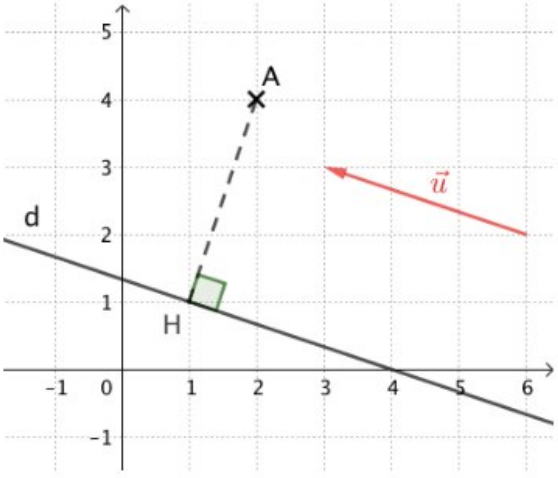
Vidéo https://youtu.be/-HNUbyU72Pc

Exercice :
Soit la droite *d* d'équation $x+3y-4=0$ et le point A de coordonnées (2 ; 4).
Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal de A sur la droite *d*.

Correction :
- On commence par déterminer une équation de la droite (AH) :

Comme *d* et (AH) sont perpendiculaires, un vecteur directeur de *d* est un vecteur normal de (AH).
Une équation cartésienne de *d* est $x+3y-4=0$, donc le vecteur $\vec{u}(-3\,;1)$ est un vecteur directeur de *d*.
Et donc $\vec{u}(-3\,;1)$ est un vecteur normal de (AH).
Une équation de (AH) est de la forme $-3x+y+c=0$.

Or, le point A(2 ; 4) appartient à (AH), donc ses coordonnées vérifient l'équation de la droite.
On a : $-3\times2+4+c=0$ soit $c=2$.
Une équation de (AH) est donc : $-3x+y+2=0$.



- H est le point d'intersection de *d* et (AH), donc ses coordonnées $(x\,;y)$ vérifient les équations des deux droites. Résolvons alors le système :

$\begin{cases} x+3y-4=0 \\ -3x+y+2=0 \end{cases}$ soit $\begin{cases} x=-3y+4 \\ -3(-3y+4)+y+2=0 \end{cases}$ soit encore $\begin{cases} x=-3y+4 \\ 10y-10=0 \end{cases}$

soit enfin $\begin{cases} x=-3y+4 \\ y=\frac{10}{10}=1 \end{cases}$ et donc $\begin{cases} x=-3\times1+4=1 \\ y=1 \end{cases}$

Le point H, projeté orthogonal de A sur la droite *d*, a pour coordonnées (1 ; 1).

3. ÉQUATIONS DE CERCLE

Propriété : Une équation du cercle de centre $A(x_A\,;\,y_A)$ et de rayon r est :

$$(x-x_A)^2+(y-y_A)^2=r^2$$

Éléments de démonstration :
Tout point $M(x\,;y)$ appartient au cercle de centre $A(x_A\,;\,y_A)$ et de rayon r si et seulement $AM^2=r^2$.

Méthode : Déterminer une équation d'un cercle

Vidéo https://youtu.be/Nr4Fcr-GhXM

Exercice :
Dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ du plan, on considère le cercle *C* de centre $A(4\,;-1)$ et passant par le point $B(3\,;5)$.
Déterminer une équation du cercle *C*.

Correction :
Commençons par déterminer le carré du rayon du cercle *C* :
$r^2=AB^2=(3-4)^2+\big(5-(-1)\big)^2=37$
Une équation cartésienne du cercle *C* est alors : $(x-4)^2+(y+1)^2=37$.

Méthode : Déterminer les caractéristiques d'un cercle

Vidéo https://youtu.be/nNidpOAhLE8

Exercice :
Dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ du plan, on considère l'ensemble E d'équation :
$x^2+y^2-2x-10y+17=0$. Démontrer que l'ensemble E est un cercle dont on déterminera les caractéristiques (centre, rayon).

Correction :
$x^2+y^2-2x-10y+17=0$
$(x^2-2x)+(y^2-10y)+17=0$
$(x-1)^2-1+(y-5)^2-25+17=0$
$(x-1)^2+(y-5)^2=9$
$(x-1)^2+(y-5)^2=3^2$

L'ensemble E est le cercle de centre le point de coordonnées (1 ; 5) et de rayon 3.

SCIENCES ÉCONOMIQUES ET SOCIALES

Exercices pour vous aider à vous « situer » par rapport aux attentes de première.

Exercice 1 : comment un marché concurrentiel fonctionne-t-il ?

Objectif *: Il s'agit de vous assurer que vous ayez bien compris le fonctionnement de base d'un marché concurrentiel, la notion de marché étant une notion-clé.*

Pour cela, essayez de répondre en vous aidant éventuellement de votre cours aux exercices pages 4 et 5.

Exercice 2 : je comprends correctement une consigne et sais mobiliser les principales notions de cours appropriées.

Q 1 : En quoi les questions suivantes sont-elles différentes ? Comment y répondre ?

- « La socialisation secondaire remet-elle en cause la socialisation primaire ? » ou « montrez que la socialisation secondaire remet en cause la socialisation primaire »

- « Montrez que les banques de « second rang » (banques commerciales) créent l'essentiel de la monnaie » ou « montrez que les banques commerciales n'ont pas un pouvoir illimité concernant la création monétaire »

- « Montrez que le marché est une institution » ou « montrez que le marché a besoin d'institutions »

Eléments de correction :

1er cas : même mots-clés mais la consigne est différente. Pour le 1er sujet, il faut discuter (la socialisation secondaire remet partiellement en cause…mais pas totalement), pour le 2nd, il faut analyser et donc expliquer comment la socialisation secondaire remet en cause la socialisation primaire ; ce qui ne correspond qu'à une des grandes parties du 1er sujet.

2ème cas : même type de consigne mais les mots-clés ne sont plus les mêmes. Pour le 1er sujet, il faut expliquer le pouvoir de création monétaire et montrer qu'il est important (cf le terme « essentiel »), pour le 2nd, il faut expliquer comment la banque centrale limite ce pouvoir. (cf taux directeurs, intervention sur le marché interbancaire ou réserves obligatoires).

3ème cas : avec une lecture trop superficielle, les 2 sujets peuvent sembler quasi identiques ; pourtant les verbes « est » ou « a » sont essentiels et entrainent deux réponses très différentes. Pour le 1er sujet, il faut expliquer qu'aujourd'hui le marché est reconnu par la plupart des acteurs de la société et qu'il est incontournable pour organiser les échanges ; pour le 2nd, il faut expliquer que le marché pour bien fonctionner a besoin de règles et d'institutions comme le droit de propriété, la justice, les organismes de contrôle…

Q 2 : Répondre aux questions sur différents thèmes du programme (il s'agit pour vous de lister les principaux arguments que vous devez mobiliser en les regroupant sans vraiment rédiger vos réponses).

Objectif *: il s'agit de réaliser que sur un même thème, les questions peuvent être très différentes, notamment pcq les consignes sont différentes. Donc, quand vous apprenez votre cours, essayez de*

réfléchir aux questions que l'on pourrait vous poser et assurez-vous que vous sachiez y répondre ; c'est un très bon exercice pour valider vos acquis.

1er thème : les différents types de marché

- Sur un marché concurrentiel, quel est le rôle des prix ?
- Comment sur un marché concurrentiel, le prix se fixe-t-il ?
- Distinguez un marché concurrentiel d'un marché monopolistique ?
- Donnez un exemple concret de marché monopolistique.
- Définissez le monopole naturel.
- Au-delà du monopole naturel, quelles sont les autres formes de monopoles ?
- Quels sont les 3 grands types de monopole ?

Eléments de réponse :

Pour les 4 dernières questions, je vous renvoie à votre cours ; vous devez y trouver les réponses.

Q 1 : le px permet au marché de s'autoréguler s'il est flexible (càd peut augmenter ou diminuer librement). Il permet dc au marché de retourner à l'équilibre de l'offre (O) et de la demande (D). Si O>D, alors, le px baisse ; si O<D, alors le px augmente.

Q 2 : le px se fixe par « tâtonnements » comme dans une salle aux enchères.

Q 3 : pts de distinction : le nombre d'offreurs (une multitude/un), la situation de l'offreur/prix (preneur de prix/faiseur de prix), équilibre (surplus max/perte sèche ; en monopole les quantités produites sont plus faibles et les px plus élevés/concurrence).

2ème thème : les défaillances du marché, les cas des externalités

- Citez en les définissant les 3 grandes défaillances du marché.
- Définissez les externalités.
- Illustrez avec un exemple concret le phénomène des externalités positives/négatives.
- Distinguez externalité positive et externalité négative.
- Montrez que les externalités sont une défaillance du marché.

Eléments de réponse :

Pour les 4 premières questions, je vous renvoie à votre cours ; vous devez y trouver les réponses.

Q 5 : les externalités sont une défaillance du marché car le marché montre alors qu'il ne permet pas toujours une allocation optimale des ressources. Dans le cas des externalités négatives, le coût privé pour l'entreprise de la pdtion est inférieur au coût social, l'entreprise produit alors « trop » par rapport à l'intérêt de la société. C'est l'inverse en cas d'externalités positives. Les pouvoirs publics vont alors chercher à modifier les comportements des agents en modifiant leurs calculs économiques en « internalisant les externalités ».

3ème thème : le financement de l'économie et la monnaie

- Distinguez le financement externe direct et indirect.
- Montrez que le financement externe peut ou non conduire à de l'endettement.
- Définissez le taux d'intérêt.
- Distinguez le taux d'intérêt nominal et le taux d'intérêt réel ?

- Quelles sont les 3 grandes fonctions de la monnaie ?
- Peut-on dire que le bitcoin est une monnaie ?
- Expliquez comment le crédit bancaire crée de la monnaie ?
- Comment la banque centrale (BC) peut-elle contrôler la création monétaire ?

Eléments de réponse :

Q 1 : le premier passe par les marchés (donc deux acteurs, l'agent avec une capacite de financement et l'agent avec un besoin) et second par les banques (donc trois acteurs, les banques servant d'intermédiaire).

Q 2 : si ce financement implique le recours aux banques ou à l'émission d'obligations (à déf), il y a alors endettement ; s'il entraine une émission d'actions, il n'y a alors pas d'endettement, les actions étant des titres de propriété.

Q 3 : le taux d'intérêt est le prix de l'argent, (le prix du renoncement de disposer aujourd'hui de sa monnaie disponible). Il est à la fois un coût pour l'emprunteur et un revenu pour le prêteur.

Q 4 : le taux d'intérêt nominal est le taux tel qu'il « s'affiche » à une date donnée ; le taux d'intérêt réel est le taux d'i nominal déflaté càd qu'on a enlevé l'impact de l'inflation. On peut dire qu'approximativement le taux d'i réel = taux d'i nominal – taux d'inflation. (Ainsi si le taux d'intérêt nominal est de 3%, que l'inflation est de 2%, le taux réel est alors de 1%). Les emprunteurs ont alors intérêt à s'endetter en période de forte inflation car elle réduit le coût de l'endettement.

Q 6 : le bitcoin ne peut pas encore être considéré comme de la monnaie car il n'est pas un bon instrument de réserve de valeur (sa valeur fluctue, change trop), il n'est pas non plus un bon instrument d'échange (il n'est pas accepté partout) ni une bonne unité de compte (les prix ne sont pas affichés en bitcoins !)

Q 7 : l'essentiel de la monnaie est de la monnaie scripturale ; quand les banques accordent un crédit, elles peuvent le faire en faisant un simple jeu d'écriture où elles créditent le compte de leur client qui en échange aura une dette vis-à-vis de la banque ; le client peut utiliser l'argent qui est désormais sur son compte pour ses dépenses ; il y a bien eu création monétaire.

Q 8 : la BC utilise différents instruments, notamment ses taux d'intérêt directeurs, les interventions sur le marché interbancaire et les réserves obligatoires ; Autrefois, elle utilisait aussi l'encadrement du crédit.

Exercice 3 : je sais lire et utiliser correctement un doc chiffré.

Q 1 : sur la page 6 « validation des acquis de première », répondez aux questions.

Objectif : vous assurer que vous ayez acquis de « bons réflexes ».

Q 2 : faire l'exercice page 7 qui est corrigé.

Exercice 4 : je sais faire une épreuve type « épreuve commune » du bac

Vous pouvez enfin essayer de faire un devoir type bac à l'aide du doc joint « sujet type épreuve commune ».

Question 2 : Comment un marché concurrentiel fonctionne-t-il ?

Exercice 1 : le processus de tâtonnement

Si le prix de départ est supérieur au prix d'équilibre :

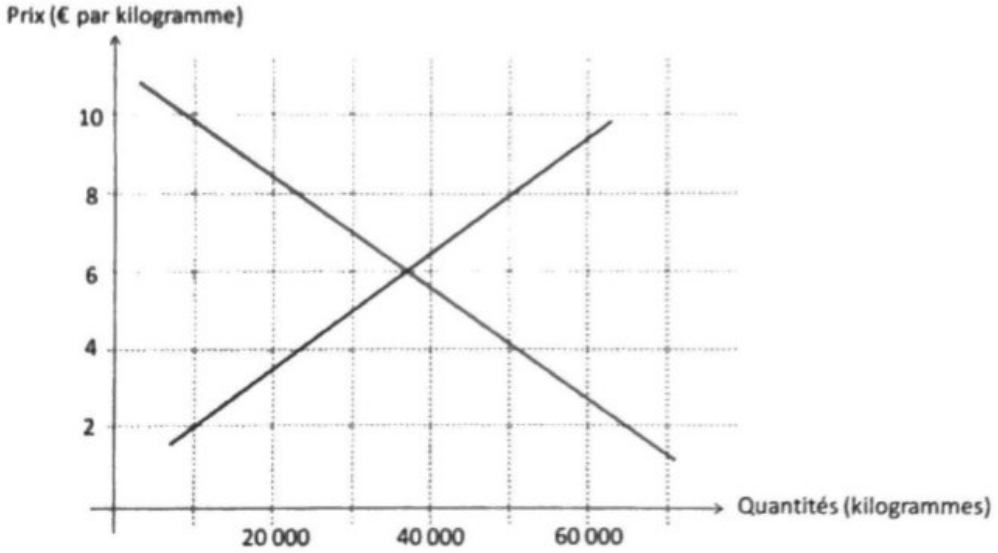
L'offre proposée est ..... à la demande : il y a un excès ..... Les entreprises doivent faire des stocks, donc le prix ..... jusqu'à ce qu'il atteigne le point ..... entre la courbe d'offre et la courbe de demande. On atteint alors l'équilibre.

Si le prix de départ est inférieur au prix d'équilibre :

La demande proposée est ..... à l'offre : il y un excès de ..... Les consommateurs acceptent donc une ..... du prix jusqu'à ce qu'il atteigne le point ..... entre la courbe d'offre et la courbe de demande. On atteint alors l'équilibre.

Exercice 2 : représentation graphique du marché

Voici la représentation graphique de la situation du marché des tomates :



1) Indiquez sur le schéma « courbe d'offre » et « courbe de demande ».
2) A quel niveau de prix les échanges se font-ils ? Pourquoi ?
3) L'Etat impose que le prix des tomates soit de 8€ le kilogramme. Que se passe-t-il sur le marché ?

Un laboratoire agronomique découvre une nouvelle variété de tomates plus productive que les variétés existantes, mais ayant exactement le même goût. Pour une même surface de terre agricole, l'exploitant obtient plus de tomates qu'avec les autres variétés. L'Etat ne fixe aucun prix plafond ou prix plancher.

4) La découverte modifie-t-elle la courbe de demande ? Pourquoi ?
5) La découverte modifie-t-elle la courbe d'offre ? Pourquoi ?
6) Représentez graphiquement les modifications induites par cette découverte.
7) Quelles sont les conséquences de cette découverte sur les quantités échangées et le prix d'échange ?
8) Donnez une autre situation qui pourrait faire évoluer les courbes de la même manière.

Exercice 3 : Le surplus du consommateur et du producteur

Des amateurs de Stromae veulent se rendre à son concert mais tous les billets sont déjà vendus. Ils cherchent donc à acheter leurs places auprès de personnes prêtes à les revendre sur des sites marchands. Tous les acheteurs potentiels ne sont pas prêts à payer le même prix, certains sont moins fans que d'autres ou pourraient préférer faire autre chose ce soir-là. La disposition à payer du consommateur est donc le prix maximum auquel il achèterait son billet de concert de Stromae.

1) Déterminez la quantités de billets demandée pour chaque prix puis tracez la courbe de demande de billets pour le concert de Stromae.
2) Imaginez que le site de revente fixe le prix du billet à 50 €. Calculez le surplus de chacun des acheteurs potentiels puis hachurez la zone correspondant à ce surplus sur le graphique. Calculez le surplus total à ce prix.
3) Calculez le surplus total pour un prix de 40€.

Certains étudiants ont acheté un billet pour le concert de Stromae et sont prêts à le revendre pour des raisons variées. Chaque vendeur n'est pas prêt à revendre son billet de concert au même prix.

4) Déterminez la quantité de billets offerts pour chaque prix puis tracez la courbe d'offre de billets pour le concert de Stromae sur le graphique précédent.
5) Calculez le surplus de chacun des vendeurs potentiels pour un prix à 50 € puis hachurez la zone correspondant à ce surplus sur le graphique. Calculez le surplus total à ce prix.
6) Calculez le surplus total pour un prix de 40€.

Acheteurs potentiels	Disposition à payer	Surplus
Lola	80 €	
Léa	70 €	
Arthur	50 €	
Louise	40 €	
Gabriel	30 €	

Validation de pré-requis de 1ES/savoir-faire

1. Quelles sont les “précautions” à prendre (quelles informations regarder ?) pour lire une donnée chiffrée ?

2. Quels sont les outils utilisés pour mesurer la variation d’une donnée dans le temps ? Comment les interpréter ? Rappelez les formules de passage de l’un à l’autre.

3. Quels sont les outils utilisés pour comparer deux variables à une date donnée ?

4. Comment calcule-t-on et interprète-t-on une part dans un ensemble ?

5. Quels sont les 2 grands types de pourcentage ?

N’hésitez pas à vous aider des fiches « méthodo » fournies.

Les disparités dans les choix d'orientation des bacheliers généraux avec mention selon leur origine sociale et leur genre (en %)

Origine sociale et genre	CPGE	1er cycle universit.	IUT-STS	Autres formations	
Cadres, prof.lib., professeurs	47	37	6	10	100
Prof. intermédiaires	31	46	14	9	100
Agric., artisans, commerçants	31	48	16	5	100
Employés	19	59	15	7	100
Ouvriers, sans profession	18	58	18	6	100
Ensemble bacheliers généraux avec mention	**35**	**46**	**11**	**8**	**100**
Garçons	50	30	14	6	100
Filles	25	55	10	10	100

Source : suivi après le baccalauréat des élèves entrés en sixième en 1995 - MEN-DEPP

Question 1 : Faites une phrase avec la première donnée du tableau « 47 »

Question 2 : Peut-on affirmer que les enfants de cadres et professions intellectuelles supérieures sont surreprésentés dans les classes préparatoires aux grandes écoles (CPGE) avec ce tableau ? Justifiez en utilisant des calculs de comparaison.

Question 3 : Montrez que la famille joue un rôle clé dans les choix d'orientation des bacheliers. Attention ne pas oublier de citer des données chiffrées.

Eléments de réponse

R : pour bien répondre aux questions, repérez bien :

- **Les unités : ici des % de répartition**
- **La population étudiée : ici les choix d'orientation des bacheliers généraux avec mention.**
- **Les caractères d'analyse : l'origine sociale et le genre.**

L'intérêt du doc est donc de regarder si ces caractères d'analyse influencent les choix d'orientation. Si vous constatez des écarts en fonction de ces caractères, vous pouvez alors affirmer qu'ils influencent la population étudiée, ici les choix d'orientation.

Q 1 : quand un doc vous donne des pourcentages de répartition pour savoir dans quel sens lire le doc, regarder où se trouve les « 100% ». S'ils sont en fin de ligne, partez des lignes pour croiser avec les colonnes ; s'ils sont en fin de colonne, partez des colonnes pour croiser avec les lignes. Ici les 100% sont en fin de ligne, on part donc des lignes :

« 47 % des bacheliers généraux avec mention, enfants de cadres-prof libérales-professeurs vont en CPGE »

Q 2 : la part de ces enfants est de 47% pour une moyenne de 35%, elle est donc supérieure de 12 pts de % (47-35) ou de 34% ((47-35)/35) ou 1.34 (47 : 35) fois plus élevée, on peut donc affirmer qu'ils sont surreprésentés.

Q 3 : on peut faire deux constats :

- **La famille influence les choix d'orientation des bacheliers en fonction de l'origine sociale cf Q 2. On peut l'expliquer notamment par les capitaux transmis qui sont différents mais aussi par les stratégies familiales.**
- **La famille influence aussi les choix en fonction du sexe ; elle ne socialise pas de la même façon les garçons et les filles. Citer qq données chiffrées pour l'appuyer.**

Fiche méthode n°1 : comment comparer deux variables dans l'espace à un moment donné

On peut distinguer :

- Une comparaison dans l'absolu
- Une comparaison relative, càd par rapport à une variable de référence.

1. Dans l'absolu

Soit deux variables A et B à comparer. Il s'agit de faire une soustraction entre la valeur de ces 2 variables.
Attention A et B doivent être exprimées dans la même unité.
On applique donc le calcul suivant :

Valeur à comparer – valeur servant de point de comparaison.

On **interprète le résultat en termes de supériorité, « plus grand », « supérieur », « plus élevé »…** (résultat positif) **ou d'infériorité** (résultat négatif).
Le résultat est exprimé dans la **même unité que les 2 variables.**

Ex :
Le salaire de Anne est de 1200 euros par mois, celui de Sophie de 1800 euros.
Si on compare le salaire de Sophie à celui de Anne, on dira :
Le salaire de Sophie est > de 600 euros (1800-1200) à celui de Anne.
Si on compare le salaire de Anne à celui de Sophie, on dira :
Le salaire de Anne est < de 600 euros (1200 – 1800) à celui de Sophie.

2. De façon relative

On peut effectuer plusieurs calculs :

2.1. Un pourcentage de supériorité ou d'infériorité

- Pour le % du supériorité, on effectue le calcul suivant :

[(valeur la plus grande – valeur la plus petite) / valeur la plus petite] X 100

- pour le % d'nfériorité :

[(valeur la plus petite – valeur la plus grande) / valeur la plus grande] X 100

ces deux calculs s'expriment **en %.**

R : l'élément de comparaison est toujours noté au dénominateur.

On **interprète** le résultat en % de supériorité **(x % plus grand ou supérieur de x %)** ou d'infériorité **(y % plus petit ou inférieur de y%)** **en n'oubliant pas de citer l'élément de comparaison.**

Ex :
En reprenant l'ex précédant, on pourra dire que le salaire de Sophie est supérieur de 50 % [(600/1200)X100] à celui de Anne ou encore que le salaire de Anne est inférieur de 33.3 % à celui de Sophie.

2.2. Le coefficient de disparité (appelé parfois aussi coefficient multiplicateur)

On effectue le calcul suivant :

Valeur à comparer / valeur servant de point de comparaison

Ce coefficient indique de combien de fois est supérieure une variable par rapport à une autre variable. Il n'a **pas d'unité.**

Ex :
Toujours avec le même exemple, on dira que le salaire de Sophie est 1.5 fois plus élevé que celui de Anne.

2.3. Comment choisir le bon calcul entre ces 2 possibilités (si on ne vous impose pas un calcul) ?

- Si la variable à comparer est supérieure au double de la variable servant de point de comparaison, il faut calculer un coefficient.
- Dans les autres cas, on peut calculer un %.

Ex :
Il est plus parlant de dire que A est 9 fois > à B plutôt que de dire qu'elle est > de 800 %.
De même, il est préférable de dire que A est > de 20% plutôt que de dire qu'elle est 1.2 fois >.

2.4. Les indices de disparité

Il faut suivre la démarche suivante pour transformer les données en indices :

- Prendre une variable comme variable de référence à laquelle on attribue la valeur « 100 ».
- Calculer les indices des autres variables par rapport la variable de référence en appliquant la formule suivante : **(valeur étudiée / valeur de référence) X 100**

L'unité de l'indice s'appelle le point**.**

Interprétation :

- Si indice calculé est > à 100, on dira que la **variable** étudiée est supérieure de x % à la variable de référence (pour trouver x, faire la différence entre l'indice étudié et l'indice de base).
- Si indice calculé est < à 100, on dira que la **variable** étudiée est inférieure de y % à la variable de référence (pr trouver y, faire la différence entre l'indice étudié et l'indice de base).

Attention :

On interprète bien en citant les deux variables à comparer et non les indices.

Ex :
Toujours avec le même ex, transformer les données en indices base 100, le salaire de Sophie puis en indices base 100 celui de Anne. Interpréter les résultats.

a) indice salaire Sophie = 100 (indice de base)
   indice salaire Anne = 66.6 [(1200 /1800)X100]
   le salaire de Anne est dc inférieur à celui de Sophie de 33.3 % (66.6-100)

b) indice salaire Anne = 100 (indice de référence)
   indice salaire Sophie = 150 [(1800/1200)*100]
   le salaire de Sophie est dc supérieur à celui de Anne de 50 % (150-100)

R :
On ne peut utiliser cette façon de procéder qu'en référence à l'indice de base. On ne pourra donc pas comparer aussi facilement deux indices quelconques. Il faudra alors passer par un calcul de %.
Ex : indice variable A = 120 indice variable B = 150
Je ne peux pas dire que B est > de 30 % à A. En réalité, il est > de 25 % [(30/120)*100]

R :
Comment savoir dans un document chiffré que les chiffres sont des indices de comparaison ?
Il faut regarder la base : si la base indiquée fait référence à une variable (ex le salaire de Sophie, le PIB de la France...) alors il s'agit d'indices de comparaison (à interpréter en termes de supériorité ou d'infériorité).

Fiche méthode n°2 : comment rendre compte de l'évolution d'une variable (d'une donnée) dans le temps

Vd = valeur de la variable à la date « de départ » (càd, la plus ancienne)
Va = valeur de la variable à la date « d'arrivée » (càd, la plus récente)
On peut distinguer :

- Une variation dans l'absolu
- Une variation relative, càd par rapport à une situation donnée (ici à la date de départ).

1. Variation absolue

On effectue alors le calcul suivant : **Va – Vd**

Cette variation s'exprime **dans l'unité de la variable** (ex : en euros, en voitures, en Kg…). Il faut donc faire très attention aux unités des documents.
On interprète le résultat en termes de hausse (variation positive) ou de baisse (variation négative) en nommant bien la variable qui évolue et en précisant la période de l'évolution.

Ex :
Le prix d'un vêtement est passé de 50 euros à 55 euros entre 2019 et 2020, on dira que le prix a augmenté de 5 euros (55-50) entre 2019 et 2020.

2. Variation relative

On peut effectuer plusieurs calculs :

2.1. Le taux de variation

On effectue le calcul suivant : **[(Va – Vd) / Vd] X 100**

Cette variation s'exprime **en %.**
On **interprète le résultat en termes de % de hausse (taux positif) ou de baisse (taux négatif),** ici encore en nommant bien la variable et en précisant la période d'évolution **(!, ce n'est pas le taux qui augmente ou baisse mais bien la variable).**

Si vous avez à analyser un doc chiffré dans lequel, il est précisé « évolution en % », vous savez alors que les chiffres sont des taux de variation. Il faut alors bien les interpréter comme des taux de variation (ex pour une évolution en % du PIB, si vous avez comme chiffre « 1,2 », il faut dire que le PIB a augmenté de 1% sur la période étudiée).

Ex :
En reprenant l'ex précédent, on pourra dire que le prix a augmenté de 10% [(5/50)X100] entre 2019 et 2020.

2.2 Le coefficient multiplicateur

On effectue le calcul suivant : **Va / Vd**

Ce calcul précise **par combien la variable étudiée a été multipliée** sur la période. !, il n'y a **pas d'unité**.
Si le coeff = 1, la variable est restée stable.
< 1, la variable a diminué.
>1, la variable a augmenté.

Ex :
Toujours à partir du même ex, on pourra dire que le prix a été multiplié par 1,1 (55/50) entre 2019 et 2020.

2.3. Les indices d'évolution

On faut suivre la démarche ci-dessous pour transformer des données en indices :

- Prendre une année de référence, de base. Attribuer la valeur « 100 » à chaque variable de cette année.
- Calculer les indices des autres années par rapport à cette année de référence en appliquant la formule suivante : **(V étudiée / V année de base) X 100**

L'unité de l'indice s'appelle point.
Pour interpréter les indices, il faut distinguer deux cas :

- L'ndice à interpréter est **antérieur** à l'indice de base ; il faut alors l'interpréter en termes de **% de supériorité** (indice > à 100) **ou d'infériorité** (indice < à 100). Pour obtenir le %, on fait le calcul suivant : valeur de l'indice étudié – valeur de l'indice de base (càd 100). Si le résultat est positif, la variable était supérieure, s'il est négatif, la variable était inférieure.
- L'indice à interpréter est **postérieur** à l'indice de base ; il faut alors l'interpréter en termes de **% de hausse** (indice > à 100) **ou de baisse** (indice < à 100). Pour obtenir le %, on fait le même calcul que précédemment. Si le résultat est positif, la variable a augmenté, s'il est négatif, elle a diminué. Ce % s'interprète donc comme un taux de variation.

Ex :
Le prix d'un vêtement était de 40 euros en 2018, 50 euros en 2019 et 55 euros en 2020, transformer ces données en indices « base 100 en 2019 » et les interpréter.
Indice en 2018 = 80 [(40/50)X100]

Indice en 2019 = 100 (indice de base !)
Indice en 2020 = 110 [(55 /50)X100]
Interprétation des résultats :
En 2018, le prix était inférieur de 20% (80 – 100 = - 20) à celui de 2006.
Entre 2019 et 2020, le prix a augmenté de 10% (110 – 100 = 10)

Attention :
A une même date, un indice d'évolution d'une variable plus élevé que celui d'une autre variable, ne signifie pas forcément une grandeur absolue plus élevée. Cela signifie seulement que l'évolution de la 1ère variable a été plus rapide que celle de la 2ème.

3. Relations entre taux de variation, coefficient multiplicateur et indices

On peut en effet passer de l'un à l'autre puisqu'il s'agit de rendre compte de différentes façons d'une même évolution.
On a donc les relations suivantes :

- Taux = (coeff -1) X 100
  Coeff = (tx / 100) + 1

- Tx = indice – 100
  Indice = tx + 100

- Coeff = indice / 100
  Indice = coeff X 100

Quel outil choisir (si on ne vous impose pas un calcul) entre le taux et le coefficient ?

- Quand on constate une **hausse**, si Vd est supérieure au double de Va, il est préférable de calculer un coefficient multiplicateur. Dans le cas contraire (Vd < 2 Va), calculer au choix un coeff ou un taux de variation.

Ex :
Il est plus parlant de dire que variable a été multipliée par 11 plutôt que de dire qu'elle a augmenté de 1000%. De même, il est préférable de dire qu'elle a augmenté de 60 % plutôt que de dire qu'elle a été multipliée par 1,6. Dans les 2 cas, on perçoit mieux l'évolution.

- Quand on constate une **baisse**, il est préférable de calculer un taux de variation (il sera alors négatif !).

4. Pièges de calcul et d'interprétation

- Les hausses et les baisses en % ne sont pas symétriques (cf pas la même base de calcul).
  Ex : une baisse de 4 % fait plus que compenser une hausse de 4 %.

- On ne peut pas additionner des taux de croissance (les taux ne s'appliquant pas à la même base) ; cela ne donne qu'une estimation de l'évolution globale sur une période (l'erreur sera d'autant plus grande que les taux additionnés seront élevés et/ou nombreux).

- Ne pas toujours utiliser les variations relatives, parfois utiliser les variations absolues (tout dépend de ce qu'on veut faire dire aux chiffres).

  Ex : un même taux de variation des salaires peut entraîner une hausse des revenus très différente. L'employeur préférera dire que tous ont eu la même hausse de 10 %, alors que les salariés diront que certains ont eu 1 500 euros de plus et d'autres 10 000 euros.

- **Tant que le taux de variation est positif, la variable étudiée continue d'augmenter. Dans ce cas, une baisse du taux ne signifie pas une baisse de la variable mais un ralentissement de sa croissance.**

- **Tant que le taux de variation est négatif, la variable diminue**. Dans ce cas, une hausse du taux ne signifie pas une hausse de la variable mais un ralentissement dans sa baisse.

- **Si le taux de variation est constant mais positif, la variable augmente mais au même rythme.**

- Une baisse ne peut jamais être supérieure à 100 %, contrairement à une hausse.

Attention :

- **Une variation relative supérieure ne veut pas forcément dire une variation absolue supérieure (tout dépend de la valeur de départ).**

Ex : une hausse de 20% de 100 euros est < à une hausse 5 % de 1000 euros.

- **L'écart absolu** (différence) **entre deux taux de variation ou deux pourcentages** s'exprime en **POINTS** (jamais en %).

Ex : la variable A augmenté de 12 % et la B de 15 %, donc B a augmenté de 3 points de plus que A.
Le taux de chômage est passé de 10% à 8%, il a baissé de 2 points.

Fiche méthodo n° 3 : lecture d'un document chiffré

Conseils généraux :

Il faut toujours **situer le doc**, càd que vous devez repérer les informations suivantes :
- Date
- Source avec l'auteur
- Titre

Il faut aussi vous **poser les questions suivantes** :
- De quoi parle-t-on ? vous pouvez ainsi repérer la « population » du doc, càd **la variable étudiée**.
- Selon quoi la variable est-elle analysée ? Vous **repérez** ainsi **le(s) caractère(s) (ou critères d'analyse).**
- Quelles sont **les unités** utilisées ? Il peut y en avoir plusieurs, elles sont indiquées soit dans le doc soit dans le titre. Elles peuvent être « physiques » (ex : tonnes, personnes, etc.), monétaires (euros, dollars, etc.), multiples de 1 (milliers, millions…), des pourcentages. (attention pour les multiples de 1, ne pas oublier de multiplier le chiffre quand vous le « sortez » du doc : par ex si le tableau est en milliers et que vous avez le chiffre « 61 000 » vous devrez savoir que cette variable vaut 61 000 000. Pour les pourcentages, précisez la population de référence, posez-vous la question « % de quoi ? »).

De plus, il faut prendre le temps de **lire les notes sous le doc**, elles peuvent vous donner la clé de lecture du doc ou des précisions sur **le champ de l'analyse** que vous devrez intégrer ou encore des précisions sur le vocabulaire.

Il faut aussi **montrer que vous savez lire le doc en intégrant qq. données chiffrées dans une phrase.** Il faut absolument **éviter la paraphrase** : ainsi vous ne devez pas dire que le taux de chômage est de 10% (en effet, on ne peut pas vérifier si vous savez ce que signifie ce taux) mais vous devez dire que 10% de la PA est au chômage ou encore que sur 100 actifs, 10 sont au chômage. Autre ex., vous ne devez pas dire que le taux de variation est de 20% mais que la variable étudiée a augmenté de 20%. Il faut donc donner la signification des termes utilisés.

Enfin, vous devez **partir du général pour aller vers le particulier et toujours citer des chiffres pour appuyer vos constats.** Il sera alors intéressant de **mobiliser un certain nombre de calculs simples** (calculs d'évolution ou de comparaison).

Pour les tableaux statistiques :

Repérer la population étudiée et le(s) caractères d'analyse : l'objectif du doc étant de montrer l'action de ces caractères sur la population (l'influencent-ils ?). Il faut **bien lire les intitulés des lignes et des colonnes pr pouvoir comprendre correctement les données chiffrées**.

S'il y a des questions sur le doc, bien les comprendre puis n'utiliser que les informations du doc et vos connaissances personnelles nécessaires pr y répondre.

S'il n'y a pas de question, **regarder l'action de chaque caractère sur la population étudiée (dire comment ils agissent sur elle),** donc faire des constats en les appuyant sur des chiffres puis les expliquer.

Pour les graphiques :

Il faut en plus des conseils généraux regarder les échelles (elles conditionnent la lisibilité du doc), **la légende ainsi que les intitulés des axes.**

Il existe plusieurs types de graphiques

- Ceux à un moment donné :
    1. Graphiques de répartition : cercle, demi-cercle ou rectangle, les différentes surfaces sont proportionnelles aux effectifs. Ils permettent de visualiser la structure d'une population. (attention, il n'y a qu'une seule surface)
    2. Graphiques de séries à caractère discontinu (ex : caractère qualitatif comme le pays, des biens ou quantitatif discontinu comme les familles selon le nombre d'enfants) : diagramme en bâtons ; en abscisses, on porte le caractère étudié, en ordonnées, les effectifs ou les proportions, la hauteur des bâtons est proportionnelle aux effectifs ou proportions
    3. Graphiques de séries à caractère continu (ex : classes d'âge) : les histogrammes. La surface des rectangles est proportionnelle aux différents effectifs ou proportions (attention, une colonne haute et étroite peut représenter un phénomène aussi important qu'une colonne basse et large)

- Ceux sur une période donnée : les graphiques de séries chronologiques. Ils représentent une évolution ds le temps**. En abscisses : toujours le temps**, en ordonnées, les valeurs de la variable étudiée.

Fiche méthodo n°4 : lire efficacement une consigne

Pour éviter le hors-sujet, il faut bien comprendre ce qui vous est demandé **en identifiant** :

- **Le thème : définir les mots-clés et les interroger en lien avec la consigne.**

Ex : si le sujet porte sur le marché, définir ce terme et ne pas hésiter à vous poser des questions en lien avec le marché (qui intervient ? comment se régule-t-il ? quel type de marché ?...)

- **Le type de sujet : repérer la consigne en regardant les verbes, les termes de langage courant, la ponctuation.**

On peut ainsi avoir à :

Discuter, c'est-à-dire débattre : vous trouverez alors des formulations du type : « dans quelle mesure… », « peut-on dire… », « vous vous demanderez… », « vous vous interrogerez… », ou plus simplement une interrogation telle que « la socialisation secondaire remet-elle en cause la socialisation primaire ? »

Analyser, c'est-à-dire expliquer des liens entre phénomènes : vous trouverez alors des formulations du type : « comment…», « expliquez… », « montrez que… », « analysez… », « quels sont les liens entre… »

Lire une donnée chiffrée : il faut alors éviter la paraphrase et donner du sens à cette donnée.

Ex : si vous devez lire un taux de variation du PIB égal à 1,2% pour 2019, vous direz qu'en 2019, le PIB a augmenté de 1,2%.

Distinguer : il faut faire apparaitre les points de différence entre les notions étudiées.

Comparer : il faut faire apparaitre les points en commun et les différences entre les notions étudiées.

Illustrer : il faut donner un exemple concret si possible pris dans l'actualité en expliquant bien en quoi il illustre le phénomène.

Attention : ne pas confondre « en quoi » et « dans quelle mesure ». Dans le premier cas, vous ne répondez que «dans le sens de la question », dans le second, en nuançant vos propos.

- **Le cadre spatio-temporel de la consigne** :

S'il n'est pas fixé avec précision, c'est à vous de le faire, notamment en vous aidant des périodes couvertes par les documents ; Demandez-vous aussi pourquoi le sujet se pose (le sujet a-t-il une actualité particulière ? tel cadre spatio-temporel a-t-il un sens ?...)

Rédiger une dissertation (ou une synthèse)

Après avoir lu le sujet et l'avoir analysé, il faut :
Mobiliser vos connaissances personnelles : définitions des concepts clés, présentations des mécanismes, mise en relation des éléments entre eux (relations de corrélation, de causalité ou chronologiques), connaissances liées à l'actualité.
R :
Une chaîne causale peut être présentée en s'appuyant sur la cause ou sur la conséquence ;
Dans le 1er cas, le connecteur logique est « donc ou explique le », ds le 2ème, « parce que ou s'explique par le ».
Exploiter les documents : éviter la paraphrase et la présentation d'informations sans lien avec la question. Donc, il faut s'appuyer sur ses savoirs et savoir-faire (notamment, utiliser pour les données statistiques, les différents calculs).

Rédiger un plan détaillé pour construire un développement structuré :

- Collecter les informations trouvées dans vos connaissances et dans les documents. Il faut les avoir juste listées dans un premier temps en commençant par vos connaissances pour ne pas être tenté de se limiter aux docs.
- Classer ces informations en fonction de critères communs, de thèmes communs, de liens évidents…On obtient alors des groupes d'informations.
- Ranger ensuite ces groupes d'informations selon une articulation logique : votre devoir doit être une démonstration, être cohérent.

Votre devoir ne doit **pas être le commentaire des documents pris l'un après l'autre.**
Vous ne devez pas rédiger votre développement sur votre brouillon, vous le faites directement sur votre copie à l'aide de votre plan détaillé.

Rédiger la conclusion une fois fini le plan détaillé.
Cette démarche présente 2 avantages :

- Vous terminez votre démonstration sans perdre le fil de votre réflexion.
- Vous éviterez les conclusions rédigées à la hâte.

La conclusion comporte la réponse à la question posée ds le sujet et une ouverture. Pour les synthèses, vous n'avez pas à ouvrir
Attention, votre réponse n'est pas un résumé de votre développement, elle apporte une réponse précise et concise à la question. Quant à votre ouverture, elle présente un sujet, un thème de réflexion qui peut suivre le questionnement du sujet proposé.

Rédiger l'introduction.
Elle comporte une accroche, la présentation du contexte, la problématique et la présentation du plan.

- L'accroche peut être un fait d'actualité, une situation économique ou sociale réelle, une réflexion actuelle : il faut attirer l'attention du correcteur et justifier l'intérêt du sujet.
- La présentation du contexte : cadre temporel ou spatial, théorique, lexical (certains termes doivent être définis, le(s) concept(s) clé(s).
- La problématique : questions se greffant autour du questionnement central et auxquelles il faudra fournir une réponse.
- Le plan : fournir le fil directeur du devoir. Evitez la formulation « ds une 1ère partie, nous….puis dans une 2ème, nous…. », préférez « après avoir montré que…, il est important de…. »

Même maladroite, une introduction doit respecter les règles de forme.

Rédiger des transitions et des présentations de parties.
Commencer chaque partie par présenter sa structure interne et pour assurer la cohérence du devoir, rédiger des transitions entre les parties (voire les sous parties).

Veiller à la rédaction :

- Respecter la langue française : syntaxe, grammaire, orthographe, éviter les abréviations.
- Utiliser un vocabulaire économique et social (dont bien évidemment vous maîtrisez le sens !)
- Faire référence aux documents (citer les entre parenthèses, càd préciser le numéro du doc, ex : doc 1). Attention à la paraphrase, vous ne devez pas les « recopier » mais montrer que vous en avez compris l'intérêt par rapport au sujet.

Soignez votre copie :

- Pas de ratures, soigner l'écriture.
- Aérer la copie, faire apparaître la structure du devoir (sauter 2 lignes pr séparer l'intro et la cc du dvpt, sauter une ligne entre les parties, aller à la ligne à chaque sous partie).

SCIENCES

PREMIERES: ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE / Partie SVT

Le programme de l'année a été vu dans son intégralité.
Les derniers cours ont donné lieu à des séances de révisions: Fiches récapitulatives et exercices.
Seul le projet expérimental n'a pu être réalisé en raison du confinement.

Thème 1: Une longue histoire de la matière

CH. 2: Des édifices ordonnés: Les cristaux

Savoirs:

- Un composé de formule chimique donnée peut cristalliser sous différents types de structures qui ont des propriétés macroscopiques différentes.
  Ainsi les minéraux se caractérisent par leur composition chimique et leur organisation cristalline.
- Une roche est formée de l'association de cristaux d'un même minéral ou de plusieurs minéraux.
- Des structures cristallines existent aussi dans les organismes biologiques(coquille, squelette, calcul rénal…).
- Dans le cas des solides amorphes, l'empilement d'entités se fait sans ordre géométrique (cas du verre), issu de la solidification très rapide d'une lave.

Savoir- faire:

- Distinguer, en termes d'échelle et d'organisation spatiale, maille, cristal, minéral et roche.
- Mettre en relation la structure amorphe ou cristalline d'une roche e les conditions de son refroidissement.

CH. 3: Une structure complexe: la cellule

Savoirs:

- La découverte de l'unité cellulaire est liée à celle du microscope.
- L'observation de structures semblables dans de très nombreux organismes a conduit à énoncé le concept général de cellule et à construire la théorie cellulaire.
- Plus récemment, l'invention du microscope électronique a permis l'exploration de l'intérieur de la cellule et la compréhension du lien entre échelle moléculaire et cellulaire.
- La cellule est un espace séparé de l'extérieur par une membrane plasmique constituée d'une bicouche lipidique et de protéines.La structure membranaire est stabilisée par le caractère hydrophile ou lipophile de certaines parties des molécules constitutives.

Savoir-faire:

- Analyser et interpréter des documents historiques relatifs à la théorie cellulaire.

- Situer les ordres de grandeur : atome, molécule, organise, cellule, organisme.
- Relier l'échelle de la cellule et celle de la molécule (ex de la membrane plasmique).
- Schématiser la membrane plasmique à partir de molécules dont les parties hydrophiles sont identifiées.

Thème 2: Le Soleil, notre source d'énergie

CH. 2: Le bilan radiatif terrestre

Savoirs:

- La proportion de la puissance totale, émise par le Soleil et atteignant la Terre est déterminée par son rayon et sa distance au Soleil.
  Une fraction de cette puissance, quantifiée par l'albédo terrestre moyen, est diffusée par la Terre vers l'espace, le reste est absorbé par l'atmosphère , les continents et les océans.
- Le sol émet un rayonnement électromagnétique fans le domaine IR (longueur d'onde de 10 micromètres) dont la puissance par unité de surface augmente avec la température.
- Une partie de cette puissance est absorbée par l'atmosphère, qui elle-même émet un rayonnement IR vers le sol et vers l'espace (effet de serre).
- La puissance reçue par le sol en un lieu donné est égale à la somme de la puissance reçue du soleil et de celle reçue de l'atmosphère. ces deux dernières sont du même ordre de grandeur.
- Un équilibre qualifié de dynamique, est atteint lorsque le sol reçoit au total une puissance moyenne égale à celle qu'il émet.
  La température moyenne du sol est alors constante.

Savoir-faire:

- En s'appuyant sur un schéma, calculer la proportion de la puissance émise par le Soleil qui atteint la Terre.
  L'albédo terrestre étant donné, déterminer la puissance totale reçue par le sol de la part du Soleil.
- Commenter la courbe d'absorption de l'atmosphère terrestre en fonction de la longueur d'onde.
  Représenter sur un schéma les différents rayonnements reçus et émis par le sol.
- Expliquer qualitativement l'influence des différents facteurs (albedo, effet de serre) sur la température terrestre moyenne.

CH. 3: Une conversion biologique de l'énergie solaire: La photosynthèse.

Savoirs:

- Une partie du rayonnement solaire absorbé par les organismes chlorophyllien permet la synthèse de matière organique à partir d'eau, de sels minéraux et de dioxyde de carbone (photosynthèse).

- A l'échelle de la planète, les organismes chlorophylliens utilisent pour la photosynthèse environ 0,1% de la puissance solaire totale disponible. A l'échelle de la feuille (pour les plantes), la photosynthèse utilise une très faible fraction de la puissance radiative reçue, le reste est soit diffusé, soit transmis, soit absorbé (échauffement, évapo-transpiration). La photosynthèse permet l'entrée dans la biosphère de matière minérale stockant de l'énergie sous forme chimique.
  Ces molécules peuvent être transformées par respiration ou fermentation pour libérer l'énergie nécessaire au fonctionnement des êtres vivants.
- A l'échelle des temps géologiques, une partie de la matière organique s'accumule dans les sédiments puis se transforme en donnant des combustibles fossiles: gaz, charbon, pétrole.

Savoir-faire:

- Recenser, extraire et organiser des informations pour prendre conscience de l'importance planétaire de la photosynthèse.
- Comparer les spectres d'absorption et d'action photosynthétique d'un végétal.
- Représenter sur un schéma les différents échanges d'énergie au niveau d'une feuille.
- A partir de l'étude d'un combustible fossile ou d'une roche de son environnement, discuter son origine biologique.

CH. 4: Le bilan thermique du corps humain

Savoirs:

- La température du corps reste stable parce que l'énergie qu'il libère est compensée oar l'énergie dégagée par la respiration cellulaire ou les fermentations.
- Globalement, la puissance thermique libérée par un corps humain dans les conditions de vie courante, au repos, est de l'ordre de 100 W.

Savoir-faire:

- Représenter sur un schéma qualitatif les différents échanges d'énergie entre l'organisme et le milieu extérieur.
- Utiliser des données quantitatives sur l'apport énergétique d'aliments dans un bilan énergétique correspondant à des activités variées.

Thème 3: La Terre, un astre singulier

CH. 2: L'histoire de l'âge de la Terre

Savoirs:

- Au cours de l'histoire des sciences, plusieurs arguments ont été utilisés pour aboutir à la connaissance actuelle de l'âge de la Terre: temps de refroidissement, empilements sédimentaires, évolution biologique, radioactivité.
- L'âge de la Terre aujourd'hui précisément déterminé est de 4,57. 10 puissance 9 ans.

Savoir-faire;

- Interpréter des documents présentant des arguments historiques utilisés pour comprendre l'âge de la Terre.
- Identifier diverses théories impliquées dans la controverse scientifique de l'âge de la Terre.

Thème 4: Son et musique, porteurs d'informations

CH. 4: Entendre la musique

Savoirs:

- L'oreille externe canalise les sons du milieu extérieur vers le tympan. Cette membrane vibrante transmet ces vibrations jusqu'à l'oreille interne par l'intermédiaire de l'oreille moyenne.
- L'être humain peut percevoir des sons de niveaux d'intensité approximativement compris entre 0 et 120 dB.
  Les sons audibles par les humains ont des fréquences comprises entre 20 et 20 000 Hz.
  Dans l'oreille interne, des structures cellulaires (cils vibratiles) entrent en résonance avec les vibrations reçues et les traduisent en un message nerveux qui se dirige vers le cerveau.
  Les cils vibratiles sont fragiles et facilement endommagés par des sons trop intenses. Les dégâts sont alors irréversibles et peuvent causer une surdité.
- Des aires cérébrales spécialisées reçoivent les messages nerveux auditifs. Certaines permettent, après apprentissage, l'interprétation de l'univers sonore (parole, voix, musique, etc.).

Savoir-faire:

- Relier l'organisation de l'oreille externe et de l'oreille moyenne à la réception et la transmission de la vibration sonore.
- Relier la structure des cellules ciliées à la perception du son et à la fragilité du système auditif.
  Relier l'intensité du son au risque encouru par l'oreille interne.
- Interpréter des données d'imagerie cérébrale relatives au traitement de l'information sonore.

PREMIERE SPECIALITE SVT

Pour la rentrée en terminale spécialité SVT, voilà les compétences et notions de première devant être acquises

Compétences travaillées

Compétences	Quelques exemples de capacités associées
Pratiquer des démarches scientifiques	- Formuler et résoudre une question ou un problème scientifique. Concevoir et mettre en œuvre des stratégies de résolution. Observer, questionner, formuler une hypothèse, en déduire ses conséquences testables ou vérifiables, expérimenter, raisonner avec rigueur, modéliser, argumenter. Interpréter des résultats et en tirer des conclusions. Comprendre le lien entre les phénomènes naturels et le langage mathématique. Comprendre qu'un effet peut avoir plusieurs causes. Disséquer la complexité apparente des phénomènes observables en éléments et principes fondamentaux. Distinguer ce qui relève d'une croyance ou d'une opinion et ce qui constitue un savoir scientifique.
Concevoir, créer, réaliser	Identifier et choisir des notions, des outils et des techniques, ou des modèles simples pour mettre en œuvre une démarche scientifique. Concevoir et mettre en œuvre un protocole.
Utiliser des outils et mobiliser des méthodes pour apprendre	Apprendre à organiser son travail. Identifier et choisir les outils et les techniques pour garder trace de ses recherches (à l'oral et à l'écrit). Recenser, extraire, organiser et exploiter des informations à partir de documents en citant ses sources, à des fins de connaissance et pas seulement d'information. Coopérer et collaborer dans le cadre de démarches de projet.
Pratiquer des langages	Communiquer sur ses démarches, ses résultats et ses choix, en argumentant. Communiquer dans un langage scientifiquement approprié : oral, écrit, graphique, numérique. Utiliser des outils numériques. Conduire une recherche d'informations sur internet en lien avec une question ou un problème scientifique, en choisissant des mots-clés pertinents, et en évaluant la fiabilité des sources et la validité des résultats. Utiliser des logiciels d'acquisition, de simulation et de traitement de données.
Adopter un comportement éthique et responsable	Identifier les impacts (bénéfices et nuisances) des activités humaines sur l'environnement à différentes échelles. Fonder ses choix de comportement responsable vis-à-vis de sa santé ou de l'environnement en prenant en compte des arguments scientifiques. Comprendre les responsabilités individuelle et collective en matière de préservation des ressources de la planète (biodiversité, ressources minérales et ressources énergétiques) et de santé. Participer à l'élaboration de règles de sécurité et les appliquer au laboratoire et sur le terrain.

Thème 1 : La Terre, la vie et l'organisation du vivant

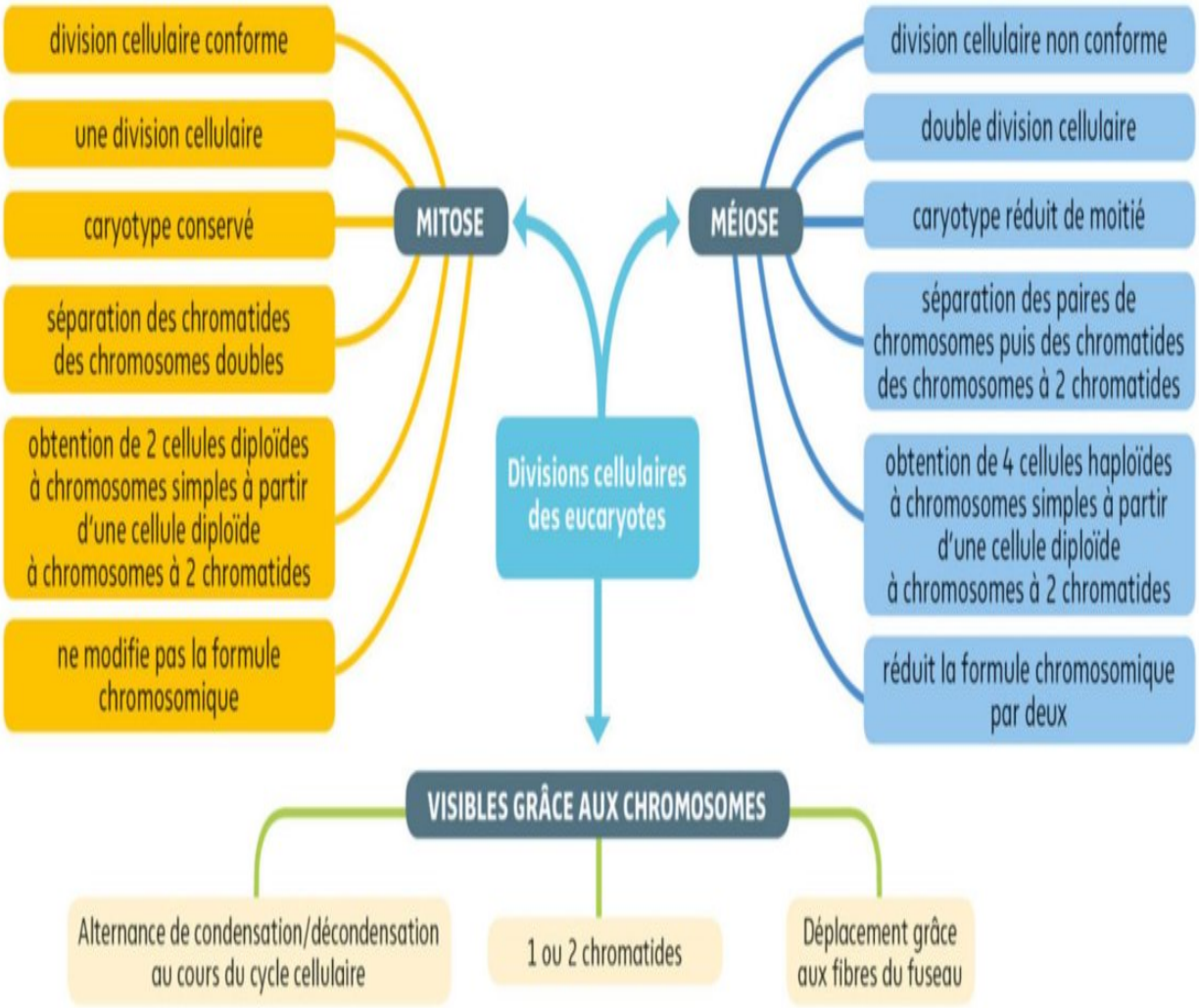
Transmission, variation et expression du patrimoine génétique

Les divisions cellulaires des eucaryotes

Les chromosomes sont des structures universelles aux cellules eucaryotes (organismes dont les cellules ont un noyau). À chaque cycle de division cellulaire, chaque chromosome est dupliqué et donne un chromosome à deux chromatides, chacune transmise à une des deux cellules obtenues. C'est la base de la reproduction conforme.
Chez les eucaryotes, les chromosomes subissent une alternance de condensation-décondensation au cours du cycle cellulaire. La division cellulaire mitotique est une reproduction conforme. Toutes les caractéristiques du caryotype de la cellule parentale (nombre et morphologie des chromosomes) sont conservées dans les deux cellules filles.
La méiose conduit à quatre cellules haploïdes, qui ont, chacune, la moitié des chromosomes de la cellule diploïde initiale.

Notions fondamentales: diploïde, haploïde, méiose, phases du cycle cellulaire eucaryote:G1, S (synthèse d'ADN), G2, mitose (division cellulaire), fuseau mitotique ou méiotique.

Précisions: Les brassages génétiques inter et intra chromosomique sont étudiés en classe terminale.(**mitose et méiose à bien connaître**)



La réplication de l'ADN

Chaque chromatide est constituée d'une longue molécule d'ADN associée à des protéines structurantes. Au cours de la phase S, l'ADN subit la réplication semi-conservative. Il s'agit de la formation de deux copies qui, en observant les règles d'appariement des bases, conservent chacune la séquence des nucléotides de la molécule initiale. Ainsi, les deux cellules provenant par mitose d'une cellule initiale possèdent exactement la même information génétique. La succession de mitoses produit un ensemble de cellules, toutes génétiquement identiques que l'on appelle un clone.

Notions fondamentales: réplication semi conservative, ADN polymérase, clone.



Mutations de l'ADN et variabilité génétique

Des erreurs peuvent se produire aléatoirement lors de la réplication de l'ADN. Leur fréquence est augmentée par l'action d'agents mutagènes. L'ADN peut également être endommagé en dehors de sa réplication. Les mutations sont à l'origine de la diversité des allèles au cours du temps. Selon leur nature elles ont des effets variés sur le phénotype .Les erreurs réplicatives et les altérations de l'ADN peuvent être réparées par des mécanismes spécialisés impliquant des enzymes. Si les réparations ne sont pas conformes, la mutation persiste à l'issue de la réplication et est transmise au moment de la division cellulaire. Chez les animaux dont l'être humain, une mutation survient soit dans une cellule somatique (elle sera présente dans le clone issu de cette cellule) soit dans une cellule germinale (elle devient potentiellement héréditaire).

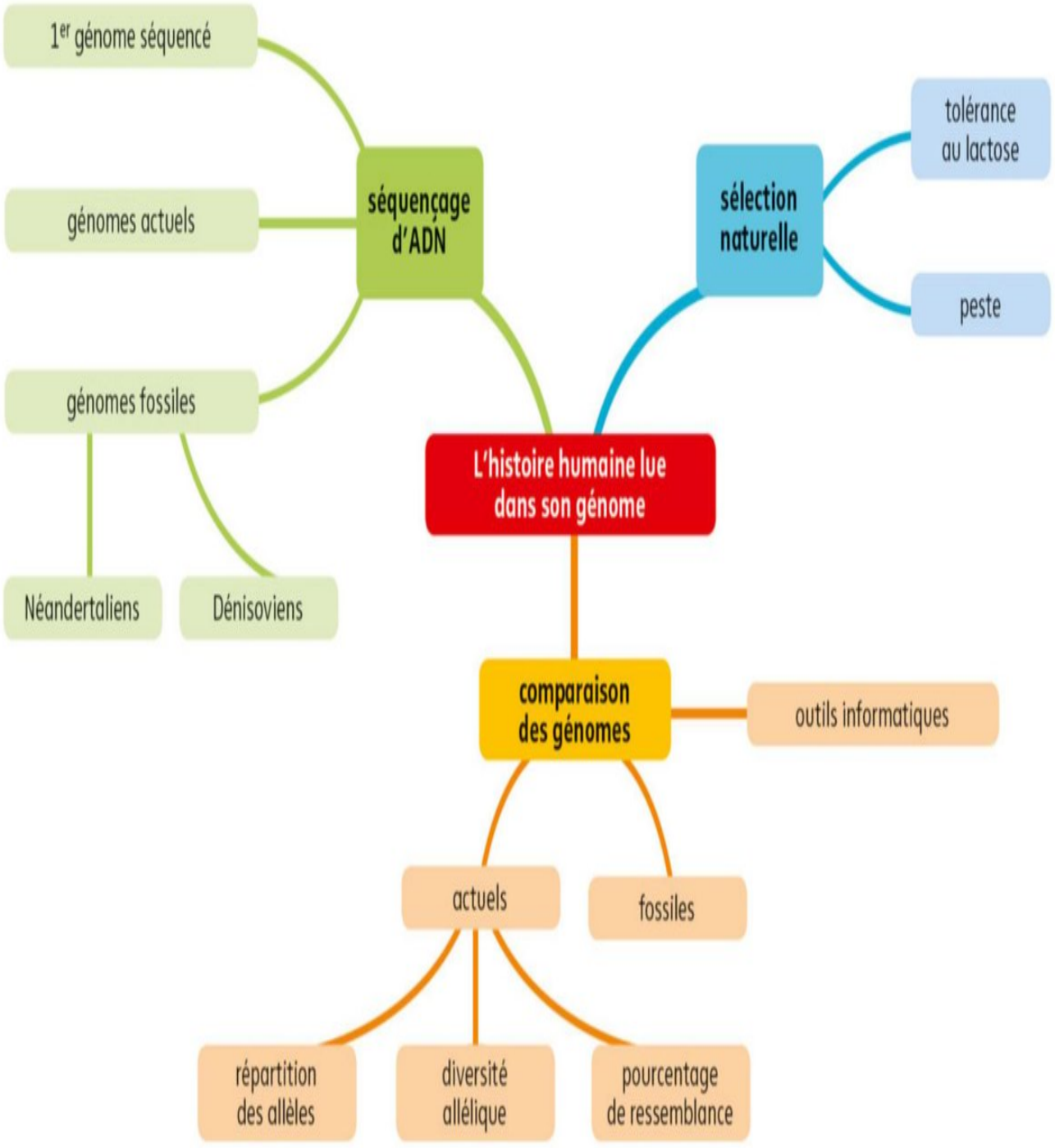
Notions fondamentales: allèles, mutations, nature et fréquence des mutations, mutations spontanées et induites, systèmes de réparation, ADN polymérase.



L'histoire humaine lue dans son génome

La diversité allélique entre les génomes humains individuels permet de les identifier et, par comparaison, de reconstituer leurs relations de parentés. Grâce aux techniques modernes, on peut connaître les génomes d'êtres humains disparus à partir de restes fossiles. En les comparant aux génomes actuels, on peut ainsi reconstituer les principales étapes de l'histoire humaine récente. Certaines variations génétiques résultent d'une sélection actuelle (tolérance au lactose, résistance à la haute altitude) ou passée (résistance à la peste).

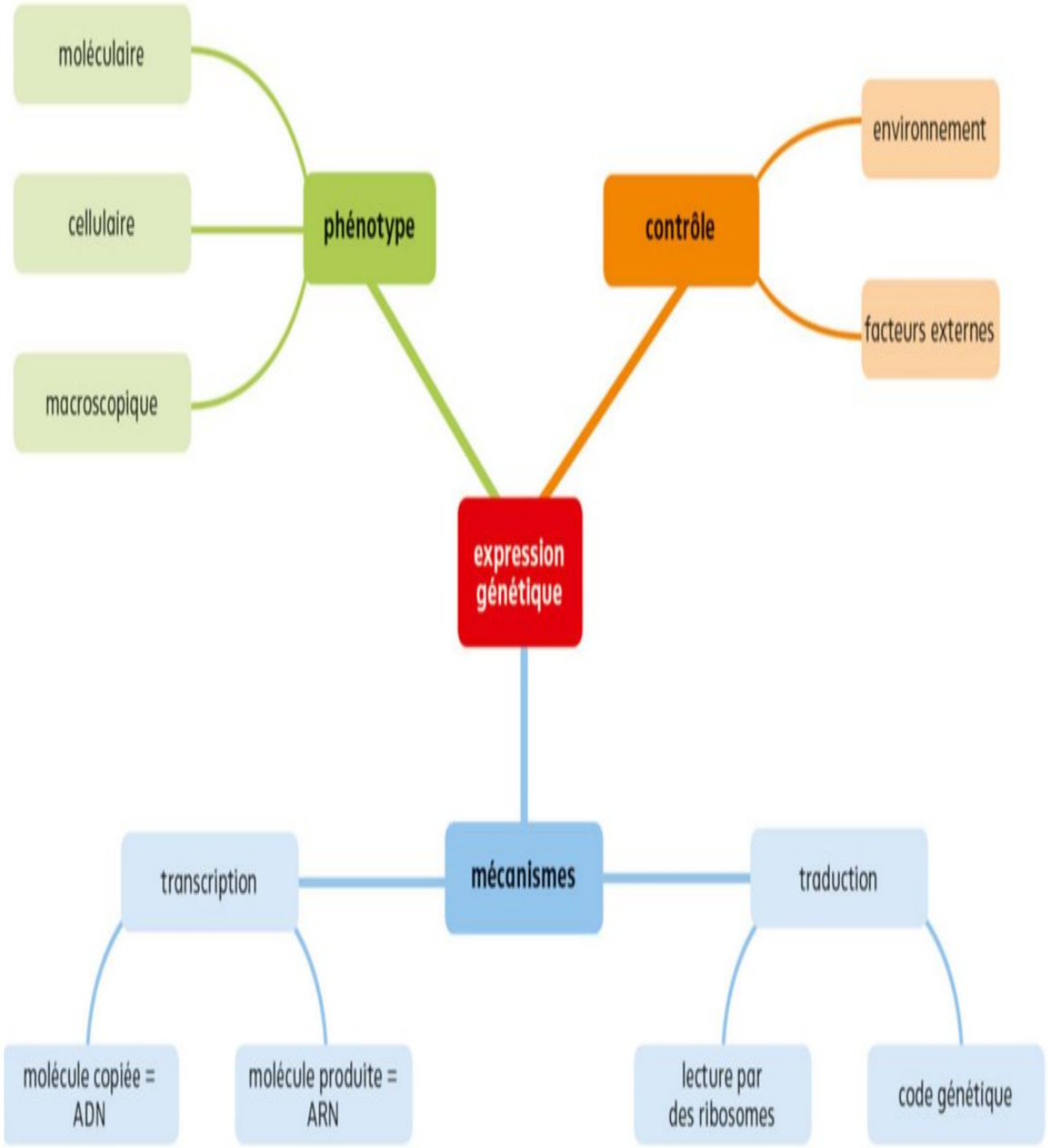
Précisions : Bien revoir pour la programme de Terminale les mutations et leurs conséquences



L'expression du patrimoine génétique

La séquence de l'ADN, succession des quatre désoxyribonucléotides le long des brins de la molécule, est une information. Cette information est transmise de générations en générations. À chaque génération, cette information est exprimée par l'intermédiaire d'un autre acide nucléique: l'ARN. Les molécules d'ARN sont synthétisées par complémentarité des nucléotides à partir de l'ADN lors d'un processus dénommé transcription. Chez les eucaryotes, la transcription a lieu dans le noyau et certains des ARN formés, après maturation éventuelle, sont exportés dans le cytoplasme. Parmi ceux-ci se trouvent les ARN messagers qui dirigent la synthèse de protéines lors d'un processus dénommé traduction. Le code génétique est un système de correspondance, universel à l'ensemble du monde vivant, qui permet la traduction de l'ARN messager en protéines. L'information portée par une molécule d'ARN messager (le message génétique) est ainsi convertie en une information fonctionnelle (la séquence des acides aminés de la protéine).Le phénotype résulte de l'ensemble des produits de l'ADN (protéines et ARN) présents dans la cellule. Il dépend du patrimoine génétique et de son expression .L'activité des gènes de la cellule est régulée sous l'influence de facteurs internes à l'organisme (développement) et externes (réponses aux conditions de l'environnement).

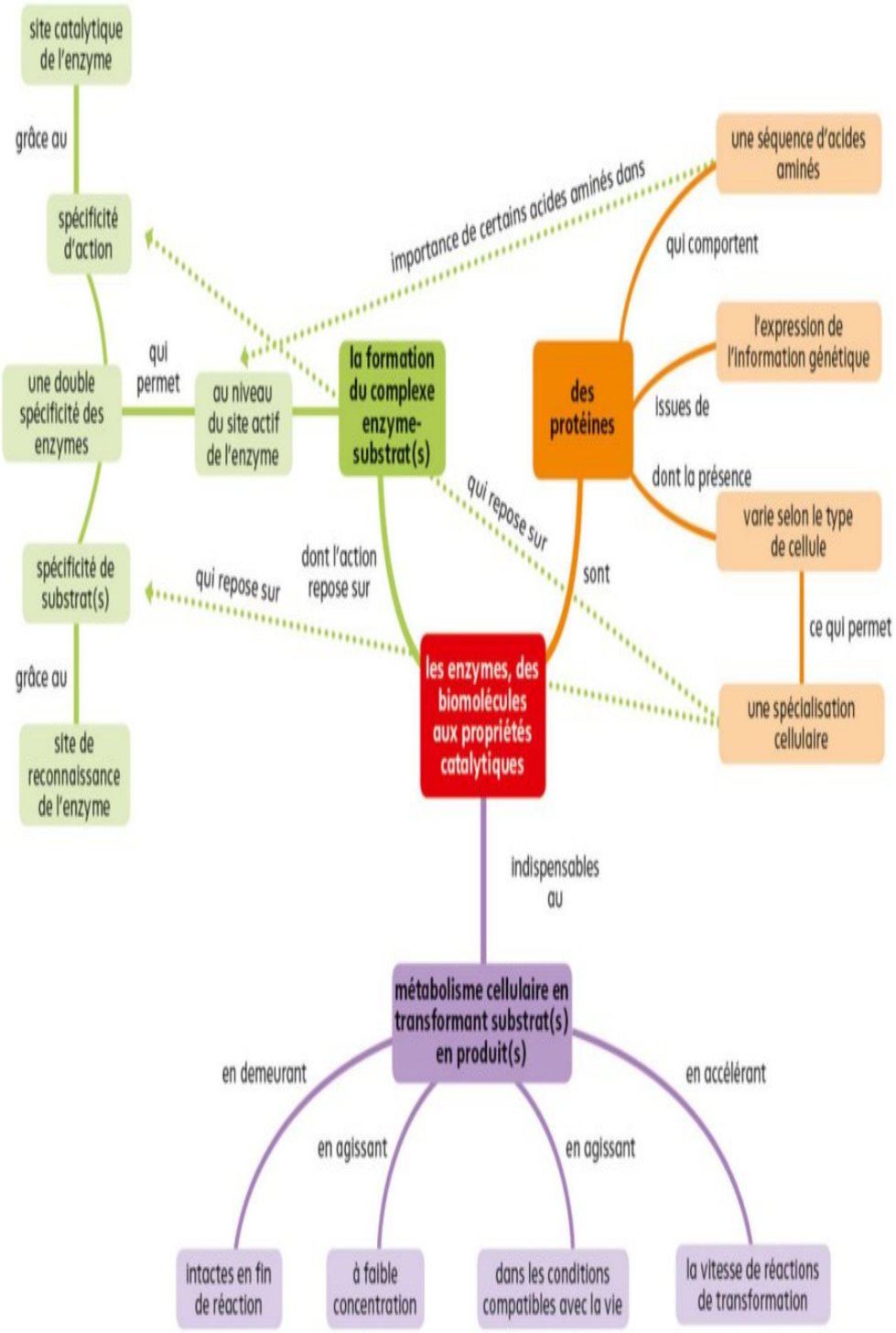
Notions fondamentales: transcription, traduction, pré-ARNm, ARNm, codon, riboses, génotype, phénotype



Les enzymes, des biomolécules aux propriétés catalytiques

Les protéines enzymatiques sont des catalyseurs de réactions chimiques spécifiques dans le métabolisme d'une cellule. La structure tridimensionnelle de l'enzyme lui permet d'interagir avec ses substrats et explique ses spécificités en termes de substrat et de réaction catalytique.

Notions fondamentales :enzyme, catalyse, substrat, produit, spécificité.



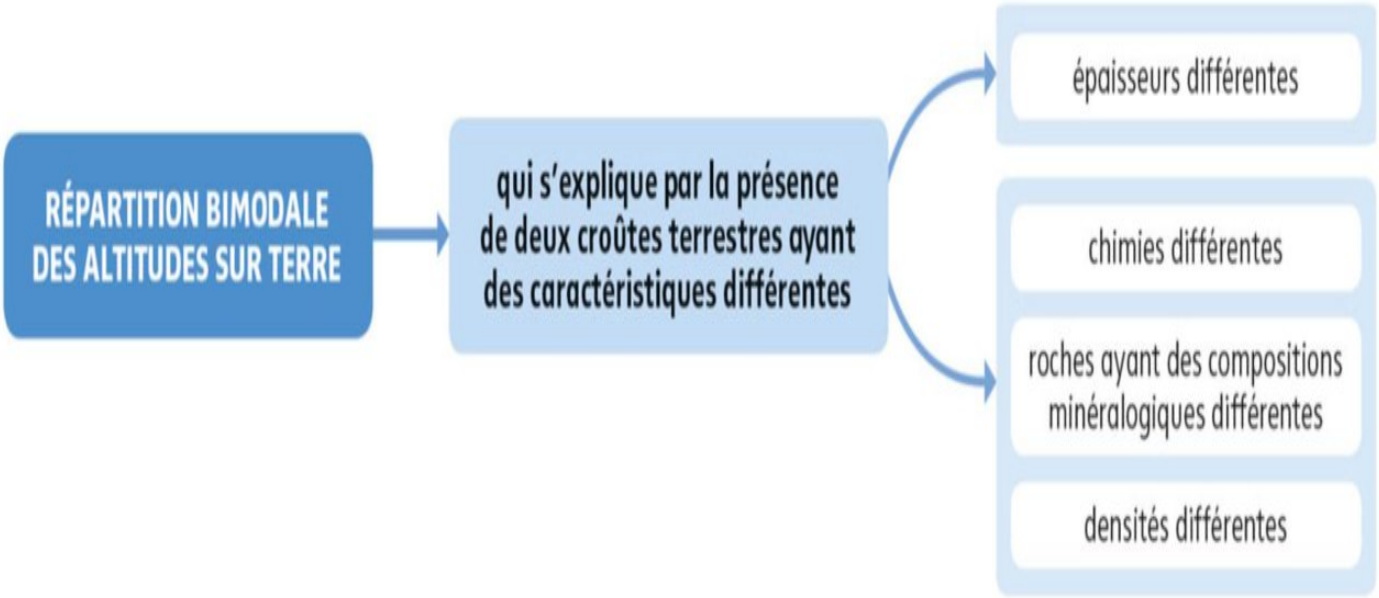
Mots clés : Division cellulaire, mitose, méiose, diploïde, haploïde, méiose, cycle cellulaire eucaryote, fuseau mitotique ou méiotique, réplication semi conservative, ADN polymérase, clone, allèles, mutations, nature et fréquence des mutations, mutations spontanées et induites, systèmes de réparation

La dynamique interne de la Terre

La structure du globe terrestre

♣ Des contrastes entre les continents et les océans

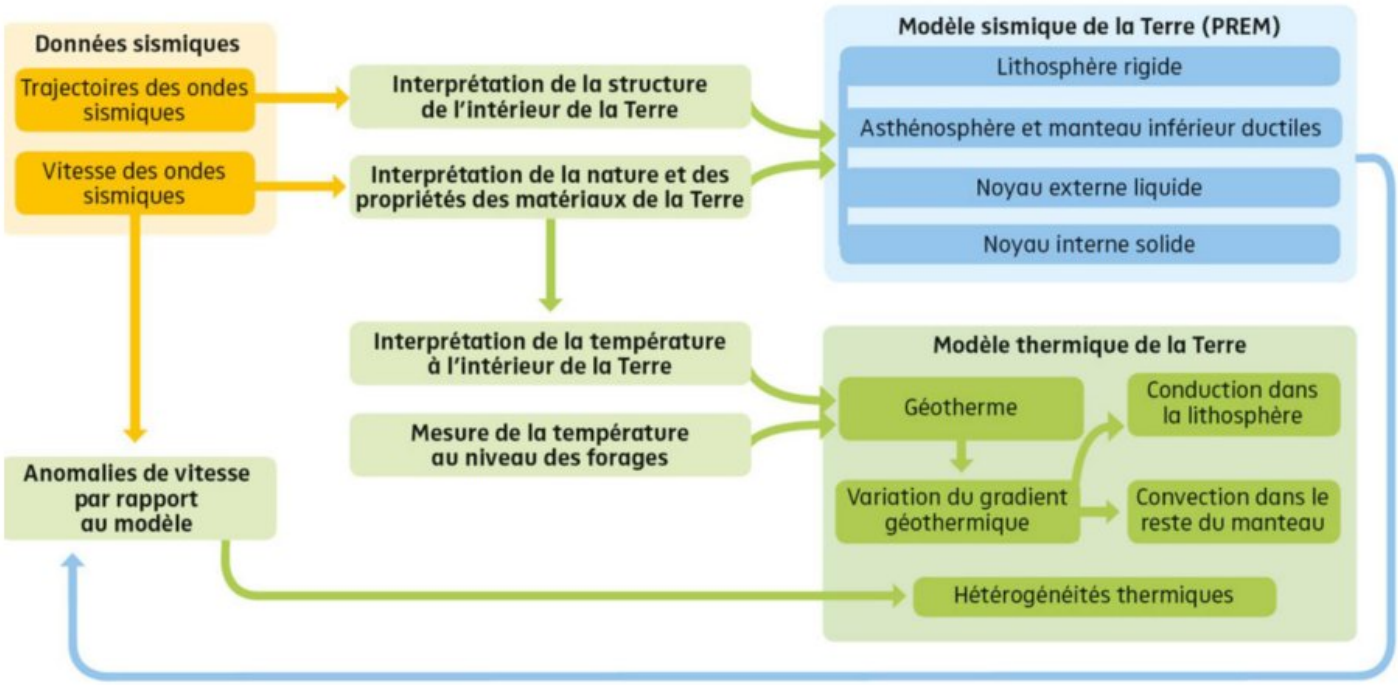
La distribution bimodale des altitudes observée entre continents et le fond des océans reflète un contraste géologique, qui se retrouve dans la nature des roches et leur densité. Si la composition de la croûte continentale présente une certaine hétérogénéité visible en surface (roches magmatiques, sédimentaires, métamorphiques), une étude en profondeur révèle que les granites en sont les roches les plus représentatives.

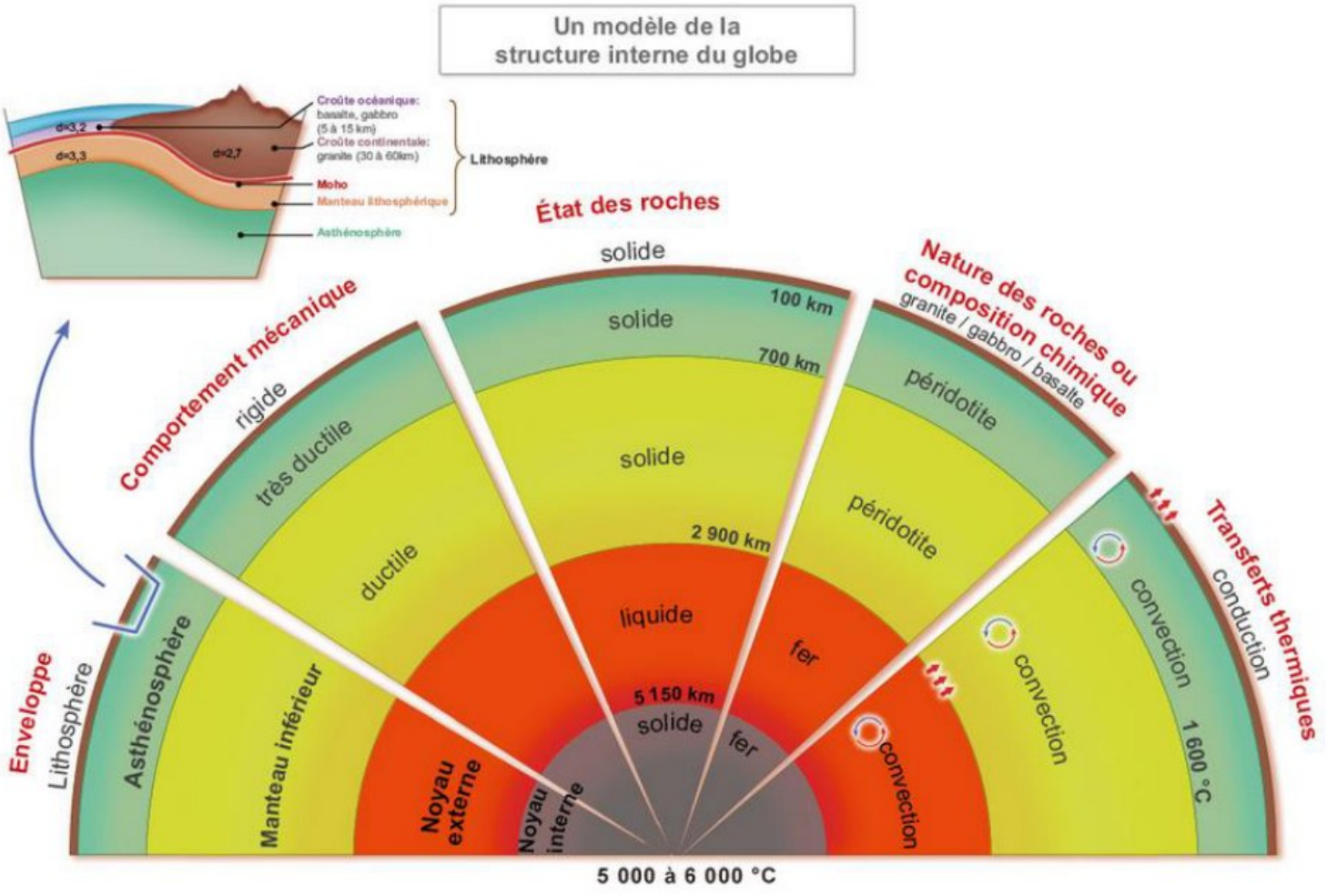


♣ L'apport des études sismologiques et thermiques à la connaissance du globe terrestre

Un séisme résulte de la libération brutale d'énergie lors de rupture de roches soumises à des contraintes. Les informations tirées du trajet et de la vitesse des ondes sismiques permettent de comprendre la structure interne de la Terre (croûte – manteau – noyau ; modèle sismique PREM [Preliminary Reference Earth Model], comportement mécanique du manteau permettant de distinguer lithosphère et asthénosphère ; état du noyau externe liquide et du noyau interne solide). Les études sismologiques montrent les différences d'épaisseur entre la lithosphère océanique et la lithosphère continentale. L'étude des séismes au voisinage des fosses océaniques permet de différencier le comportement d'une lithosphère cassante par rapport à une asthénosphère plus ductile. La température interne de la Terre croît avec la profondeur (gradient géothermique). Le profil d'évolution de la température interne présente des différences suivant les enveloppes internes de la Terre, liées aux modes de transfert thermique : la conduction et la convection. Le manteau terrestre est animé de mouvements de convection, mécanisme efficace de transfert thermique. La propagation des ondes sismiques dans la Terre révèle des anomalies de vitesse par rapport au modèle PREM. Elles sont interprétées comme des hétérogénéités thermiques au sein du manteau.

Notions fondamentales : contraintes, transmission des ondes sismiques, failles, réflexion, réfraction, zones d'ombre.

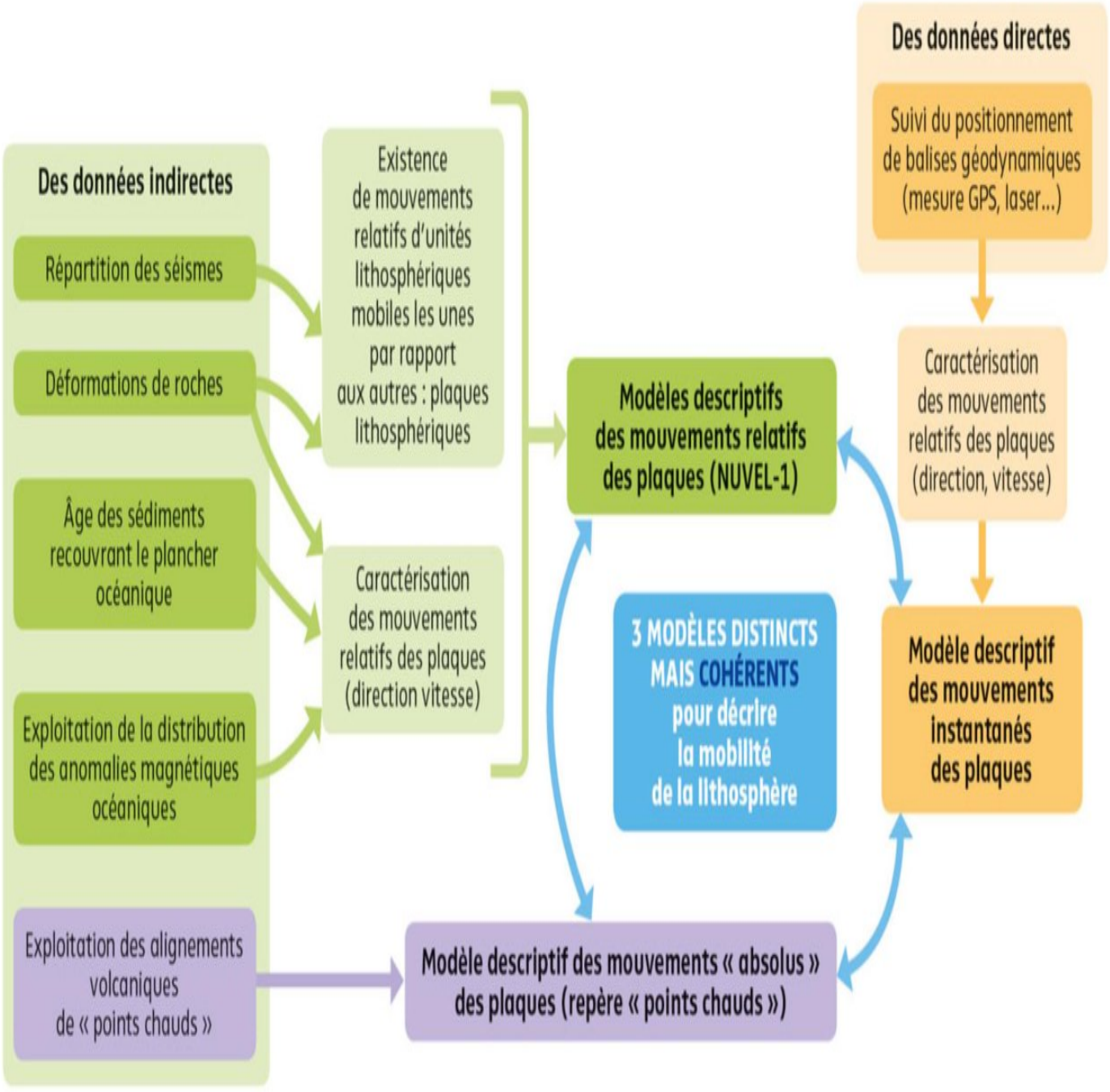

Données sismiques
Trajectoires des ondes sismiques
Vitesse des ondes sismiques
Interprétation de la structure de l'intérieur de la Terre
Interprétation de la nature et des propriétés des matériaux de la Terre
Modèle sismique de la Terre (PREM)
Lithosphère rigide
Asthénosphère et manteau inférieur ductiles
Noyau externe liquide
Noyau interne solide
Interprétation de la température à l'intérieur de la Terre
Mesure de la température au niveau des forages
Modèle thermique de la Terre
Géotherme
Conduction dans la lithosphère
Variation du gradient géothermique
Convection dans le reste du manteau
Anomalies de vitesse par rapport au modèle
Hétérogénéités thermiques


Un modèle de la structure interne du globe
Croûte océanique: basalte, gabbro (5 à 15 km)
Croûte continentale: granite (30 à 60km)
Lithosphère
Moho
Manteau lithosphérique
Asthénosphère
d=3,2
d=3,3
d=2,7
État des roches
Comportement mécanique
Nature des roches ou composition chimique
granite / gabbro / basalte
Transferts thermiques
solide
rigide
très ductile
ductile
100 km
700 km
2 900 km
5 150 km
liquide
solide
fer
péridotite
conduction
convection
1 600 °C
Enveloppe
Lithosphère
Asthénosphère
Manteau inférieur
Noyau externe
Noyau interne
5 000 à 6 000 °C

La dynamique de la lithosphère

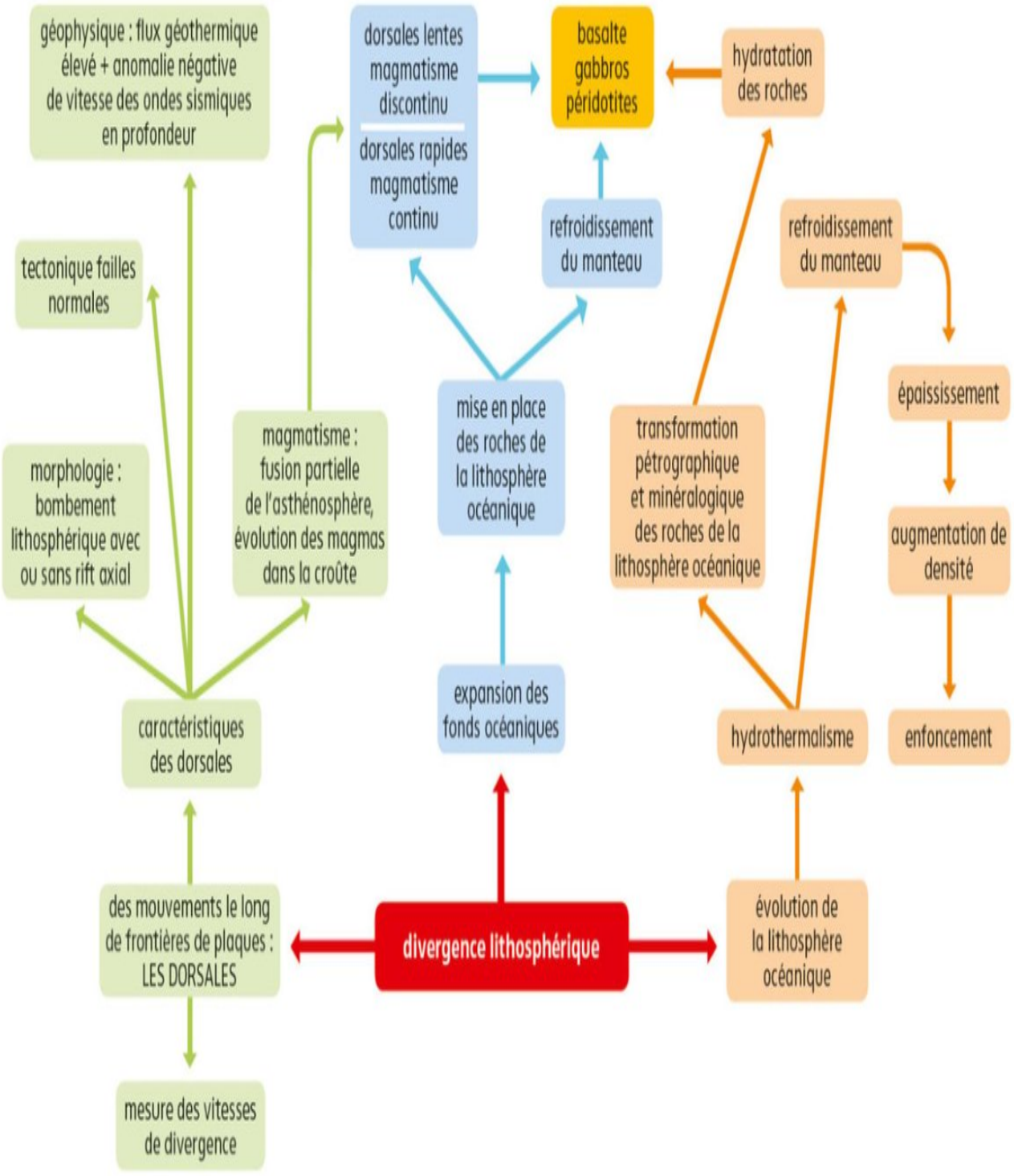
♣ La caractérisation de la mobilité horizontale

La lithosphère terrestre est découpée en plaques animées de mouvements. Le mouvement des plaques, dans le passé et actuellement, peut être quantifié par différentes méthodes géologiques : études des anomalies magnétiques, mesures géodésiques, détermination de l'âge des roches par rapport à la dorsale, alignements volcaniques liés aux points chauds. La distinction de l'ensemble des indices géologiques et les mesures actuelles permettent d'identifier des zones de divergence et des zones de convergence aux caractéristiques géologiques différentes (marqueurs sismologiques, thermiques, pétrologique).



♣ La dynamique des zones de divergence

La divergence des plaques de part et d'autre des dorsales permet la mise en place d'une nouvelle lithosphère. Celle-ci se met en place par apport de magmas mantelliques à l'origine d'une nouvelle croûte océanique. Ce magmatisme à l'aplomb des dorsales s'explique par la décompression du manteau. Dans certaines dorsales (dorsales lentes) l'activité magmatique est plus réduite et la divergence met directement à l'affleurement des zones du manteau. La nouvelle lithosphère formée se refroidit en s'éloignant de l'axe et s'épaissit. Cet épaississement induit une augmentation progressive de la densité de la lithosphère. La croûte océanique et les niveaux superficiels du manteau sont le siège d'une circulation d'eau qui modifie les minéraux.



♣ La dynamique des zones de convergence

• Les zones de subduction

La lithosphère océanique plonge en profondeur au niveau d'une zone de subduction. Les zones de subduction sont le siège d'un magmatisme sur la plaque chevauchante. Le volcanisme est de type explosif : les roches mises en place montrent une diversité pétrologique mais leur minéralogie atteste toujours de magmas riches en eau. Ces magmas sont issus de la fusion partielle du coin de manteau situé sous la plaque chevauchante ; ils peuvent s'exprimer en surface ou peuvent cristalliser en profondeur, sous forme de massifs plutoniques. Ils peuvent subir des modifications lors de leur ascension, ce qui explique la diversité des roches. La fusion partielle des péridotites est favorisée par l'hydratation du coin de manteau. Les fluides hydratant le coin de manteau sont apportés par des transformations minéralogiques affectant le panneau en subduction, dont une partie a été hydratée au niveau des zones de dorsales. La mobilité des plaques lithosphériques résulte de phénomènes de convection impliquant les plaques elles-mêmes et l'ensemble du manteau. L'augmentation de la densité de la lithosphère constitue un facteur important contrôlant la subduction et, par suite, les mouvements descendants de la convection. Ceux-ci participent à leur tour à la mise en place des mouvements ascendants.

• Les zones de collision

L'affrontement de lithosphère de même densité conduit à un épaississement crustal. L'épaisseur de la croûte résulte d'un raccourcissement et d'un empilement des matériaux lithosphériques. Raccourcissement et empilement sont attestés par un ensemble de structures tectoniques déformant les roches (plis, failles, chevauchements, nappes de charriage).

Mots clés de la dynamique de la lithosphère : morphologie d'une dorsale et d'une zone de subduction, failles normales et inverses, remontée asthénosphérique, magmatisme et roches associées, hydrothermalisme, augmentation de densité, panneau plongeant, fusion partielle, déformation, plis, chevauchement.



Précision : Pour le programme de terminale bien revoir la notion de minéral, de subduction, collision, transformation minéralogique des roches de la lithosphère océanique

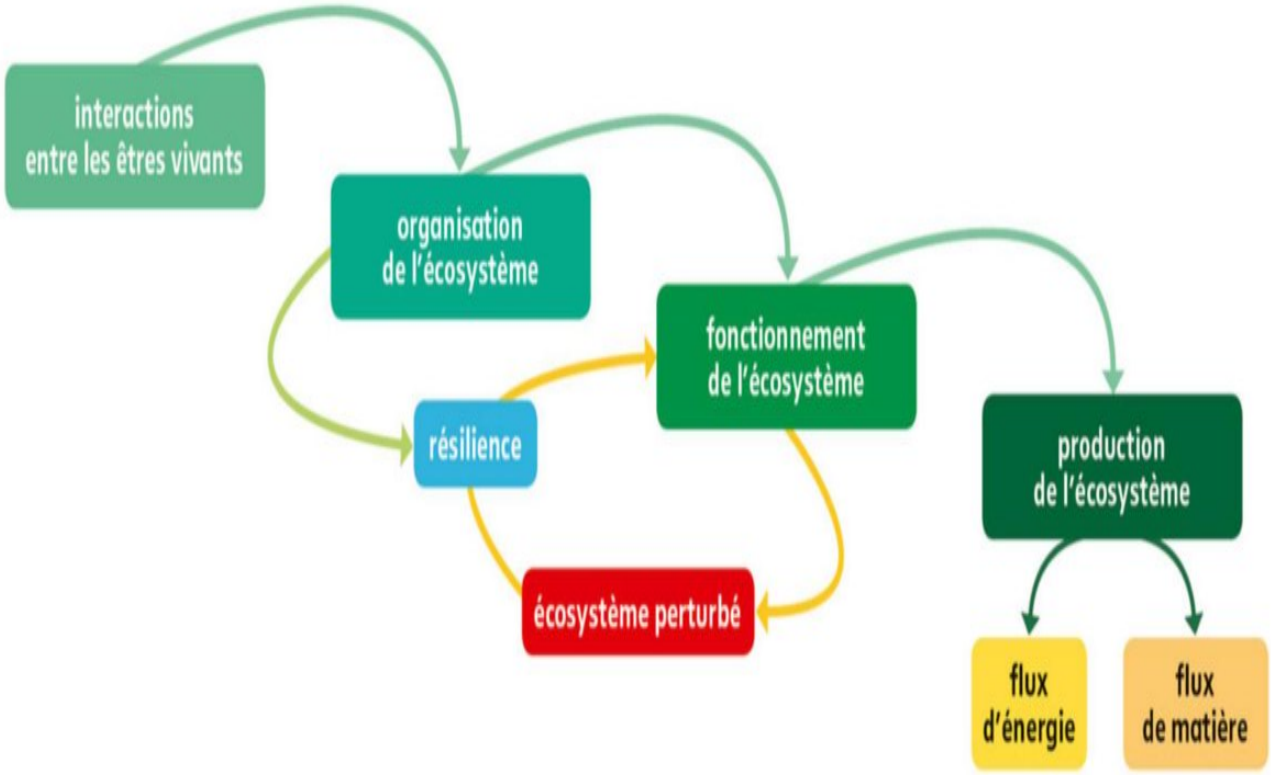
Thème 2 : Enjeux contemporains de la planète

Écosystèmes et services environnementaux

Les écosystèmes : des interactions dynamiques entre les êtres vivants et entre eux et leur milieu

Les écosystèmes sont constitués par des communautés d'êtres vivants (biocénose) interagissant au sein de leur milieu de vie (biotope). La biocénose est en interaction avec le biotope (répartition des espèces selon les conditions abiotiques). La diversité des interactions biotiques s'étudie à la lueur de leur effet sur la valeur sélective des partenaires : compétition (pour la lumière, pour l'eau, les nutriments, etc.), exploitation (prédation, parasitisme) et coopération (mutualisme, dont symbiose). Ces interactions structurent l'organisation (biodiversité de l'écosystème), l'évolution (dynamique des populations) et le fonctionnement de l'écosystème (production, flux de matière et réservoirs, recyclage de la matière organique, etc.). En particulier, les êtres vivants génèrent ou facilitent des flux de matière (eau, carbone, azote, etc.) qui entrent (absorption racinaire, photosynthèse, respiration), circulent (réseau trophique) et sortent (évapotranspiration, érosion) de l'écosystème. Une partie de la matière est recyclée, notamment grâce au sol. L'effet des écosystèmes dans les cycles géochimiques ainsi constitués, se mesure par des bilans d'entrée/sortie de matière. Même sans l'action de l'Homme, les écosystèmes montrent une dynamique spatiotemporelle avec des perturbations (incendies, maladies) affectant les populations. La complexité du réseau d'interactions et la diversité fonctionnelle favorisent la résilience des écosystèmes, qui jusqu'à un certain seuil de perturbation, est la capacité de retrouver un état initial après perturbation. Un écosystème se caractérise donc par un équilibre dynamique susceptible d'être bousculé par des facteurs internes et externes.

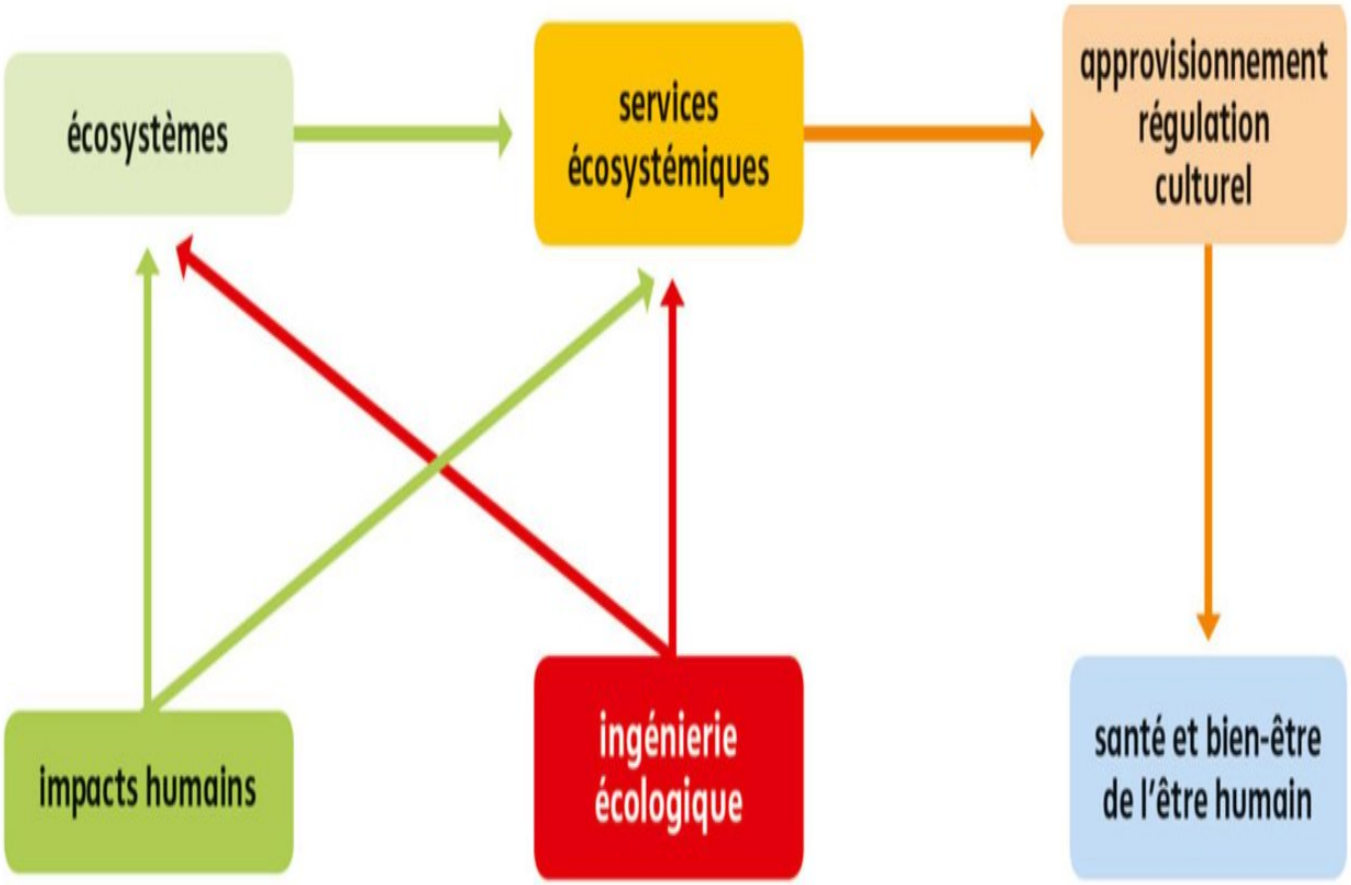
Précision : Bien revoir pour le programme de Terminale les interactions entre êtres vivants et surtout la symbiose, les échanges de matière et d'énergie (photosynthèse, respiration cellulaire), rôle des intrants, le cycle du carbone, réchauffement climatique, notion d'agrosystème



L'humanité et les écosystèmes : les services écosystémiques et leur gestion

L'espèce humaine est un élément parmi d'autres de tous les écosystèmes qu'elle a colonisés. Elle y vit en interaction avec d'autres espèces (parasites, commensales, domestiquées, exploitées). L'espèce humaine affecte le fonctionnement de la plupart des écosystèmes en exploitant des ressources (forestières par exemple), en modifiant le biotope local (sylviculture, érosion des sols) ou global (changement climatique, introduction d'espèces invasives). Beaucoup d'écosystèmes mondiaux sont impactés, avec une perte mondiale de biodiversité et des conséquences néfastes pour les activités humaines (diminution de la production, pollution des eaux, développement de maladies, etc.). Pourtant, l'humanité tire un grand bénéfice de fonctions assurées gratuitement par les écosystèmes : ce sont les services écosystémiques d'approvisionnement (bois, champignons, pollinisation, fruits et graines, etc.), de régulation (dépollution de l'eau et de l'air, lutte contre l'érosion, les ravageurs et les maladies, recyclage de matière organique, fixation de carbone, etc.) et de culture (récréation, valeur patrimoniale, etc.). Notre santé dépend en particulier de celle des écosystèmes qui nous environnent. La connaissance scientifique des écosystèmes (l'écologie) peut permettre une gestion rationnelle des ressources exploitables, assurant à la fois l'activité économique et un maintien des services écosystémiques. L'ingénierie écologique est l'ensemble des techniques qui visent à manipuler, modifier, exploiter ou réparer les écosystèmes afin d'en tirer durablement le maximum de bénéfices (conservation biologique, restauration ou compensation écologique, etc.).

Notions fondamentales : écosystème, interactions, biodiversité, relations interspécifiques, équilibre dynamique, services écosystémiques.



Thème 3 : Corps humain et santé

Variation génétique et santé

Dans l'espèce humaine comme chez toutes les espèces vivantes, les génomes des individus diffèrent les uns des autres suite aux mutations qui se sont produites au cours des générations successives et ont été conservées dans la population. Ces différences peuvent avoir des conséquences en matière de santé : prédisposition à certains types de pathologies ou sensibilité différentes aux agents pathogènes. Le développement de la génomique conduit à l'idée d'une médecine personnalisée et ouvre la voie à la thérapie génique. De même, la variabilité génétique des micro-organismes peut avoir des implications en termes de pathogénicité ou de résistance aux drogues (médicaments) sensées les combattre.

Mutations et santé

Certaines mutations, héritées ou nouvellement produites, sont responsables de pathologies parce qu'elles affectent l'expression de certains gènes ou altèrent leurs produits. L'examen des arbres généalogiques familiaux permet de connaître les modes de transmission héréditaire des déterminants génétiques responsables. L'étude des génomes de grandes cohortes de patients est à la base de l'identification des gènes correspondants. Dans le cas d'une maladie monogénique à transmission autosomique récessive, seuls les homozygotes pour l'allèle muté sont atteints. Les hétérozygotes sont des porteurs sains. Selon les cas, les traitements apportés visent à compenser par des médicaments la fonction altérée ou à contrôler les conditions de milieu. Dans certains cas, on peut envisager une thérapie génique visant à remplacer l'allèle muté dans les cellules du tissu atteint.

Notions fondamentales : risque génétique, thérapie génique.

Patrimoine génétique et santé

La plupart des pathologies d'origine génétique sont dues à l'interaction de nombreux gènes qui ne sont pas tous connus. Certains allèles de certains gènes rendent plus probable l'apparition d'une pathologie. Le fond génétique individuel intervient dans la santé de l'individu. De plus, mode de vie et conditions de milieu peuvent interagir dans la probabilité d'apparition d'une pathologie (on peut citer, par exemple, la sensibilité aux rayonnements solaires).

Altérations du génome et cancérisation

Des modifications du génome des cellules somatiques surviennent au cours de la vie individuelle par mutations spontanées ou induites par un agent mutagène ou certaines infections virales. Elles peuvent donner naissance à une lignée cellulaire dont la prolifération incontrôlée est à l'origine de cancers. On connaît, de plus, des facteurs génétiques hérités qui modifient la susceptibilité des individus à différents types de cancers. La connaissance des causes d'apparition d'un type de cancers permet d'envisager des mesures de protection (évitement des agents mutagènes, surveillance régulière en fonction de l'âge, vaccination), de traitements (médicaments, thérapie génique par exemple) et de guérison.

Notions fondamentales: mutations, cancérisation, facteurs de risques.

Variation génétique bactérienne et résistance aux antibiotiques

Parmi les mutations spontanées ou induites qui se produisent aléatoirement dans les populations de bactéries, certaines confèrent des résistances aux antibiotiques. L'application d'un antibiotique sur une population bactérienne sélectionne les mutants résistants à cet antibiotique, d'autant plus qu'il élimine les bactéries compétitrices sensibles et permet donc leur développement numérique. L'utilisation systématique de traitements antibiotiques en santé humaine comme en usage agronomique ou vétérinaire conduit à augmenter la fréquence des formes résistantes dans les populations naturelles de bactéries et aboutit à des formes simultanément résistantes à plusieurs antibiotiques. Cela constitue un important problème de santé publique car le nombre de familles d'antibiotiques disponibles est limité. De nouvelles pratiques plus responsables des antibiotiques disponibles doivent donc être recherchées.

Le fonctionnement du système immunitaire humain

Le système immunitaire est constitué d'organes, de cellules et de molécules qui coopèrent pour assurer l'immunité de l'organisme et contribuer ainsi à sa santé. L'immunité est un ensemble de mécanismes intégrés visant à protéger l'organisme des agents infectieux, des cellules cancéreuses ou des dommages tissulaires. Tous les êtres vivants ont des systèmes de défense adaptés à leurs caractéristiques et leurs besoins. Chez les animaux, ces systèmes comprennent des dispositifs de surveillance qui fonctionnent sans relâche et qui patrouillent dans tout l'organisme, ainsi que des mécanismes de réaction déclenchés par la perception d'un élément étranger ou la modification d'une cellule de l'organisme. Ce système comprend deux étages de défenses aux stratégies différentes:

– l'immunité innée, la première à s'être mise en place aux cours de l'évolution, chez l'ancêtre commun des animaux;

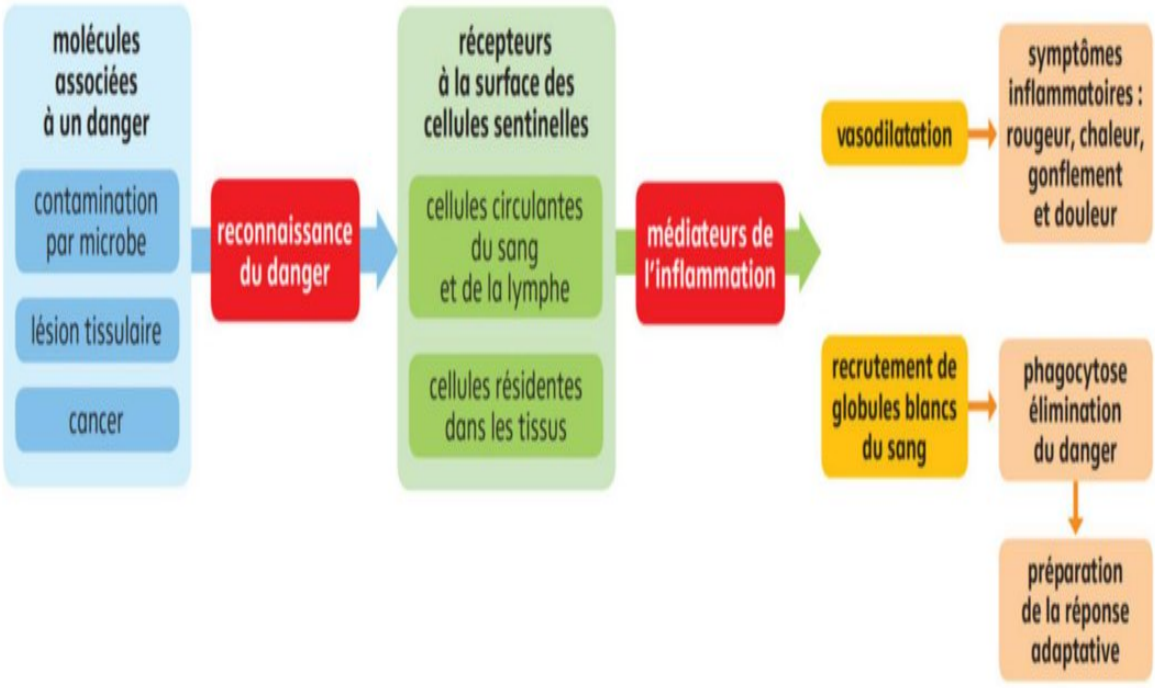
– l'immunité adaptative qui apparaît chez les vertébrés, s'ajoute et se combine à l'immunité innée.

Les capacités immunitaires d'un individu évoluent au cours de sa vie suite au contact avec différents antigènes. Elles faiblissent chez les personnes âgées. Elles peuvent être enrichies dès l'enfance et pendant toute la vie grâce à l'aide de vaccins, de sérums, de transplantations et autres interventions médicales préventives ou curatives.

L'immunité innée

L'immunité innée existe chez tous les animaux. Elle opère sans apprentissage préalable. Elle est génétiquement déterminée et présente dès la naissance. Elle repose sur des mécanismes de reconnaissance et d'action très conservés au cours de l'évolution: une dizaine de types cellulaires différents (récepteurs de surface pour la reconnaissance de motifs étrangers partagés par de nombreux intrus) et une centaine de molécules circulantes (interleukines pour la communication entre cellules).Très rapidement mise en œuvre et présente en tout point de l'organisme, l'immunité innée est la première à intervenir lors de situations variées (atteintes des tissus, infection, cancérisation). C'est une première ligne de défense immunitaire qui agit d'abord seule puis se prolonge pendant toute la réaction immunitaire

La réaction inflammatoire est essentielle. Elle traduit l'accumulation de molécules et de cellules immunitaires au lieu d'infection ou de lésion. Aigüe, elle présente des symptômes stéréotypés (rougeur, chaleur, gonflement, douleur). Elle prépare le déclenchement de l'immunité adaptative.



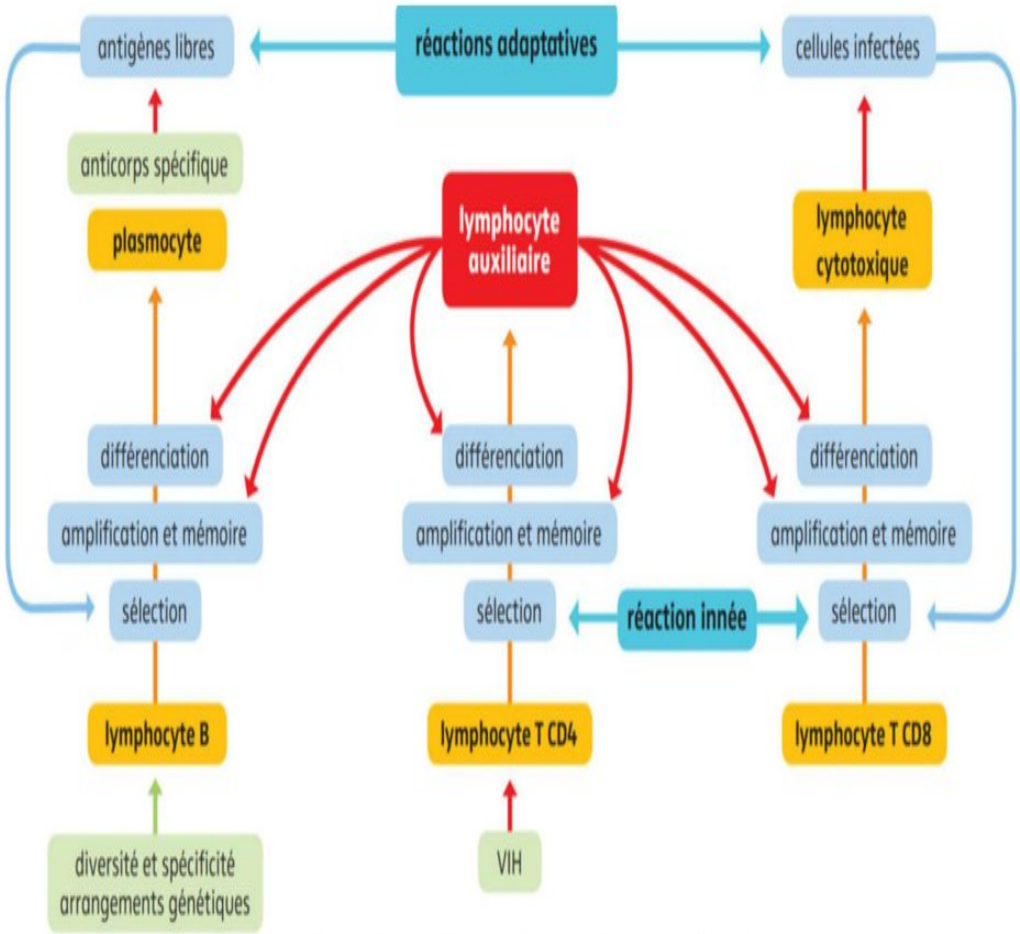
Notions fondamentales: organes lymphoïdes, macrophages, phagocytose, médiateurs chimiques de l'inflammation, interleukines, récepteurs de surface, réaction inflammatoire, médicaments anti-inflammatoires.

L'immunité adaptative

L'immunité adaptative complète l'immunité innée chez les vertébrés. Elle assure une action spécifique contre des motifs moléculaires portés par des agents infectieux ou des cellules anormales. Elle met en jeu des molécules et des cellules particulières, notamment les anticorps et les cellules qui les produisent. Associée à l'immunité innée, elle réussit le plus souvent à éliminer la cause du déclenchement de la réaction immunitaire. La réaction immunitaire adaptative doit prendre en compte une grande diversité d'agents pathogènes, leur variabilité et leur évolution. Cela soulève un paradoxe: pour lutter contre cette immense diversité d'agents immunogènes, elle devrait mettre en jeu beaucoup plus de gènes que n'en porte le génome humain. Des mécanismes particuliers engendrent des combinatoires immenses de gènes et de protéines composites notamment dans le cas des anticorps:–recombinaison de segments de gènes exprimant les parties constantes et variables des chaînes lourdes et légères des immunoglobulines;–assemblage des chaînes lourdes et légères. Ces mécanismes aléatoires engendrent une diversité telle que tous les antigènes possibles sont en principe reconnaissables. Dans la diversité produite, une première sélection élimine ce qui est incompatible avec le soi, évitant des réactions immunitaires qui se déclencheraient contre des parties saines de l'organisme. Les cellules restantes de l'immunité adaptative circulent dans un état dormant dans le sang et dans la lymphe. Lors d'une deuxième phase de sélection, quelques-unes sont activées après une première rencontre avec un antigène particulier. Les phénomènes de sélection, d'amplification et de différenciation clonales qui s'ensuivent expliquent le délai de la réaction adaptative (plusieurs jours chez l'être humain).

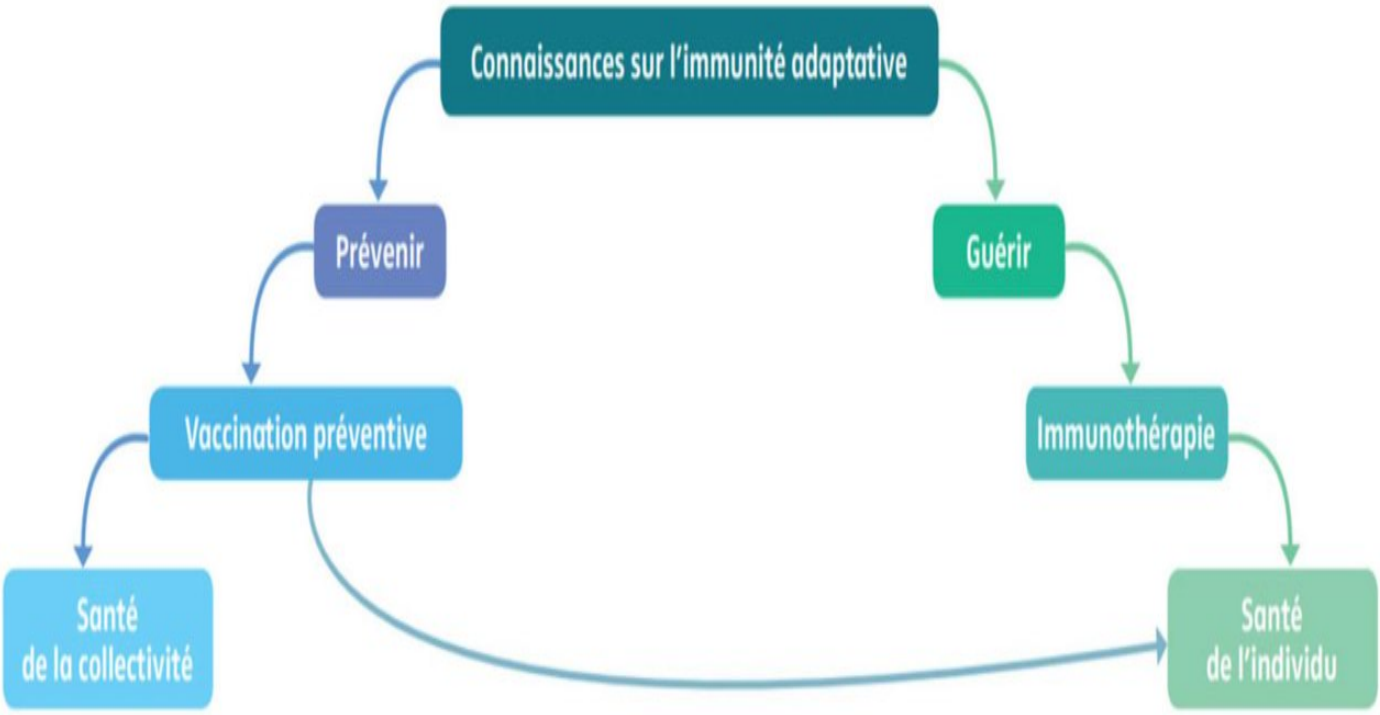
L'immunité adaptative met en place des cellules mémoire à longue durée de vie. Ces cellules permettent une réponse secondaire à l'antigène plus rapide et quantitativement plus importante qui assure une protection de l'organisme vis-à-vis de cet antigène. C'est le fondement de la vaccination. Le système immunitaire n'est pas un organe isolé dans l'organisme; il est diffus et interagit avec les différentes parties du corps (cerveau, intestins, etc.).

Notions fondamentales: cellules présentatrices de l'antigène, lymphocytes B, plasmocytes, immunoglobulines (anticorps), lymphocytes T CD4, lymphocytes T auxiliaire, lymphocytes T CD8, lymphocytes T cytotoxiques; sélection, amplification (expansion) et différenciation clonale.



L'utilisation de l'immunité adaptative en santé humaine

La vaccination préventive induit une réaction immunitaire contre certains agents infectieux. L'injection de produits immunogènes mais non pathogènes (particules virales, virus atténués, etc.) provoque la formation d'un réservoir de cellules mémoire dirigées contre l'agent d'une maladie. L'adjuvant du vaccin aide à déclencher la réaction innée indispensable à l'installation de la réaction adaptative. Cette vaccination préventive améliore les capacités de défense d'un individu dont le phénotype immunitaire est modelé au gré des expositions aux antigènes. Elle peut être appliquée à tout âge. Dans une population, cette vaccination n'offre une protection optimale qu'au-delà d'un certain taux de couverture vaccinale, qui bloque la circulation de l'agent infectieux au sein de cette population. Cela résulte du fait que l'on peut porter et transmettre l'agent infectieux sans être soi-même malade (porteur sain). Des procédés d'immunothérapie (vaccins thérapeutiques et anticorps monoclonaux) ont été développés pour lutter contre certains types de cancer, et de nombreux sont en cours de développement. C'est un champ de recherche aux implications sociétales importantes.



Epreuve de la spécialité SVT en classe de terminale

L'épreuve de sciences de la vie et de la Terre comporte deux parties : une partie écrite, comptant pour 15 points sur 20, et une partie pratique avec évaluation des compétences expérimentales, comptant pour 5 points sur 20. La note globale de l'épreuve est donnée sur 20 points.

Première partie : épreuve écrite de sciences de la vie et de la Terre

Durée : 3 heures 30
Notée sur 15 points
Cette épreuve a pour objectif de valider la maîtrise des connaissances et compétences acquises dans le cadre du programme du cycle terminal à l'exception des parties signalées ci-dessus.

L'épreuve est constituée de deux exercices.

Exercice 1 (noté sur 6 ou 7 points) :

Dans cette première partie de l'épreuve écrite, le candidat rédige un texte argumenté répondant à la question scientifique posée. Le questionnement peut être accompagné d'un ou plusieurs documents, comme aides. L'exercice permet d'évaluer la capacité du candidat à mobiliser des connaissances, à les organiser et à les exposer avec la syntaxe, le vocabulaire scientifique et tout mode de communication scientifique approprié. Il appuie son exposé et argumente ses propos à partir d'expériences, d'observations, d'exemples éventuellement issus du ou des documents proposés dans le sujet.

Exercice 2 (noté sur 8 ou 9 points) :

Dans cette seconde partie de l'épreuve écrite, le candidat développe un raisonnement scientifique pour résoudre le problème posé.

L'exercice permet d'évaluer sa capacité à pratiquer une démarche scientifique, à partir de l'exploitation d'un ensemble de documents et en mobilisant ses connaissances. Le questionnement amène le candidat à : choisir une démarche de résolution du problème posé et à l'exposer ; analyser les documents fournis et intégrer leur analyse ; structurer et rédiger correctement son raisonnement.

Deuxième partie : épreuve pratique d'évaluation des compétences expérimentales (ECE)

Durée : 1 heure
Notée sur 5 points

L'évaluation des compétences expérimentales se déroule au cours du second trimestre pendant la période de l'épreuve écrite de spécialité.

Le calcul de la note se fait sur 20 points ramenée à une note sur 5 pour compléter la note de l'épreuve écrite sur 15.

Chaque académie retient vingt-cinq situations d'évaluation parmi celles publiées dans une banque nationale numérique portant sur l'ensemble des acquis du cycle terminal à l'exception des parties précisées ci-dessus.

Les situations d'évaluation seront ensuite choisies par l'établissement parmi les vingt-cinq retenues pour la session, en fonction des équipements disponibles dans les lycées et des apprentissages effectués par les élèves et en balayant les trois thématiques des programmes, ménageant un équilibre 2/3-1/3 entre sciences de la vie et sciences de la Terre et une diversité représentative des types de supports (supports numériques ; supports d'observation et d'expérimentation). Le candidat tire son sujet au sort parmi les situations retenues par l'établissement.

Deux professeurs examinateurs sont présents dans la salle où a lieu l'évaluation. Un examinateur évalue au maximum quatre élèves, qui ne peuvent être ceux qu'il avait dans ses classes de l'année en cours. Les professeurs examinateurs disposent d'une grille d'observation au nom de chaque candidat. Cette grille sert de support à l'évaluation du candidat ; elle porte la note qui lui est attribuée sur 20 points et un commentaire qualitatif.

Méthode pour rédiger un texte argumenté avec ou sans documents pour résoudre un problème scientifique (exercice 1)

L'exposé doit être structuré avec une introduction posant la problématique, un développement (démonstration) et une conclusion y répondant. Les paragraphes doivent s'enchainer de façon logique.

Le contenu doit être suffisamment riche, et démontrer que les connaissances essentielles sont acquises. Les connaissances restituées doivent être pertinentes, c'est-à-dire en rapport direct avec le sujet.

Il peut être demandé de s'appuyer sur un ou des schémas : ils sont alors indispensables et doivent être clairs et soignés, avec légendes et titre.

Votre propos doit **absolument** s'appuyer sur des **exemples précis**, des **observations**, des **expériences** (Il faut donc quand vous apprenez votre cours connaître toujours des exemples , expériences qui vont serviront pour argumenter votre propos).

Si un ou des documents sont donnés, vous devez vous appuyer dessus.

AU BROUILLON

• L'introduction(à rédiger) :

Elle se compose de trois parties (qui doivent être bien visibles):

- Une entrée en matière qui permet d'introduire le sujet, elle fait référence au thème abordé, et s'accompagne éventuellement d'une définition du (des) mot(s)-clé(s).
- L'annonce de la problématique : celle-ci doit être posée sous forme de question (en général, elle pourra commencer par « comment »). C'est en fait le problème qui se cache derrière le sujet.

- L'annonce du plan qui doit permettre de résoudre la problématique (sous la forme d'une phrase construite : *nous verrons dans un premier temps…. ,puis nous aborderons……*)

Vous ne devez pas répondre à la problématique dans l'introduction: pourquoi lire la suite si l'on connait la réponse?

• Le développement – Les arguments (attention, il ne faut pas tout rédiger au brouillon)

Un argument est une phrase qui se base sur des faits (par exemple le document donné) et qui vient appuyer une idée principale (une connaissance.)

- Noter en vrac les idées clés en rapport avec le sujet (bien se référer aux limites).

- Ecrire les titres des deux ou trois paragraphes du plan (à partir des verbes que vous avez entouré dans le sujet)

- Placer ces idées dans les paragraphes du plan .

- Noter quel(s) schéma(s) d'illustration seront faits (bien relire s'il y en a un exigé)

- Relire plan proposé et l'énoncé du sujet pour vérifier que c'est en cohérence

• La conclusion (à rédiger)

-1 phrase résumant chaque partie

-1 phrase répondant à la problématique en reprenant brièvement les idées avancées dans le développement.

-1 phrase "d'ouverture" sur un autre sujet dans le temps ou dans l'espace.

La conclusion ne doit pas être un avis personnel sur le sujet.

SUR SA COPIE

• Sauter une ligne entre chaque partie (introduction –développement –conclusion).

• Il faut utiliser le «on» ou le «nous» mais pas le «je»

• Relire l'ensemble de son travail et corriger les fautes d'orthographe et de grammaire

① Il faut d'abord commencer par faire une introduction qui rappelle l'objectif et pose la problématique.

② Rédiger la synthèse avec des paragraphes en respectant 1 paragraphe = 1 idée clé.

Des phrases de transition peuvent permettre de faire le lien entre chaque partie.

Les schémas sont vivement conseillés, même s'il ne sont pas explicitement demandés dans le sujet. Un bon schéma vaut souvent mieux que 20 lignes de texte. Mais dans ce cas la légende doit être explicite (avec des phrases)
Attention !!! Lorsqu'il est explicitement indiqué dans l'énoncé que l'exposé devra s'accompagner de schémas , cela signifie que ceux-ci vont être pris en compte dans la notation. Il ne faut donc en aucun cas s'en dispenser.
Et si un schéma particulier est demandé, il est obligatoire de l'intégrer.
Il faut donc apprendre des schémas.
Un bon schéma veut bien sur dire soigné, grand, avec des couleurs et avec un titre.

Le plan peut également présenter plusieurs sous-parties.

Rédiger sous une forme structurée :

- **Enoncer** des **arguments** de manière ordonnée de sorte que la réponse s'élabore progressivement
- Les arguments doivent être reliés entre-eux par des **connecteurs logiques** pour aider au cheminement intellectuel

Addition : Et, de plus, ainsi que, puis, en outre, également…
Alternative : Ou, soit…soit, d'une part, d'autre part…
Cause : Car, en effet, effectivement, comme, parce que, puisque, vu que, étant donné que, grâce à, à cause de, en raison de, du fait que, dans la mesure où…
Comparaison : comme, de même que, ainsi que…
Condition, supposition : si, à condition que, en admettant que, en supposant que, dans l'hypothèse où, dans le cas où…
Conséquence : donc, alors, ainsi, par conséquent, d'où, en conséquence, par suite, c'est pourquoi, de sorte que, de façon que, de manière que, si bien que…
Illustration : comme, ainsi, c'est ainsi que, c'est le cas de, notamment, à l'image de, comme l'illustre, comme le souligne, par exemple…
Justification : car, c'est-à-dire, en effet, parce que, puisque, du fait de…
Opposition : mais, cependant, or, en revanche, alors que, pourtant, par contre, tandis que, néanmoins, au contraire, d'un autre côté, en dépit de, malgré, au lieu de, d'une part…d'autre part…

- L'**argumentation** doit être de type **scientifique** :
  - utiliser le **vocabulaire spécifique** aux notions abordées
  - utiliser **schémas, graphes, résultats d'expérience**…tout support susceptible d'illustrer scientifiquement le propos

③ Faire une conclusion qui répond au problème

Elle est obligatoire et doit bien apparaitre comme une conclusion de l'ensemble de la question et pas seulement du dernier paragraphe.

Ne pas hésiter à sauter plusieurs lignes et même d'indiquer en titre : conclusion

Elle doit répondre au sujet, c'est à dire à la problématique posée en introduction. Cela signifie qu'elle récapitule les idées fortes du développement.

Afin de réaliser une bonne conclusion, il est conseillé de relire l'intitulé du sujet et la problématique avant d'en commencer la rédaction.

La présence d'une ouverture est un plus mais n'est pas indispensable : il vaut souvent mieux s'en dispenser, plutôt que d'en faire une sans intérêt, qui laissera au correcteur une désagréable impression de votre devoir. (surtout pas sous la forme d'une question qui donnerait l'impression que vous n'en connaissez pas la réponse !!!)

Evaluation :

Ci-dessous la grille de correction utilisée pour les E3C de 1ere, on n'a pas encore eu celle de terminale mais je pense qu'elle sera assez similaire (le barème n'est pas le bon /10 au lieu de / 6 ou 7)

Critères de référence *(et descripteurs du niveau de maîtrise attendu dans la cadre des attendus des programmes de SVT)*

- Exactitude des connaissances dans les champs disciplinaires concernés (sciences de la vie et/ou sciences de la Terre) ;
- Complétude[1] des **éléments** nécessaires pour traiter le sujet (connaissances ; expériences, observations, exemples … issus ou non du ou des documents) ;
- Cohérence de l'organisation du propos par rapport au questionnement posé.

Proposition de grille sur 10 points : *Le barème présenté dans cette grille correspond à l'absence d'un QCM dans cet exercice.*

Organisation cohérente par rapport à la question posée	*Organisation un peu maladroite par rapport à la question posée*		*Organisation insuffisamment cohérente par rapport à la question posée*		*Pas d'organisation : le candidat ne répond pas au questionnement (récite son cours, propose des données hors sujet …)*	
Des éléments complets et exacts (issus ou non du ou des documents[2]) et bien mis en relation	*Des éléments exacts et complets (issus ou non du ou des documents[2]) mais maladroitement mis en relation*	*Des éléments incomplets mais exacts (issus ou non du ou des documents[2])*	*Des éléments (issus ou non du ou des documents[2]) exacts mais incomplets*	*Des éléments (issus ou non du ou des documents[2]) incomplets et avec des erreurs*	*Malgré quelques rares éléments exacts (issus ou non du ou des documents[2])*	*Car aucun élément pour répondre à la question*
10 9	*8 7*	*7 6*	*5 4 3*	*2*	*1*	*0*
La qualité de communication permet de discriminer les points attribués (6, 7 ou 8 par exemple).						

Exemple de sujet sur le programme de 1ere :

Les réponses immunitaires innée et adaptative

La réaction inflammatoire est caractérisée par des symptômes stéréotypés. Elle correspond à une réponse immunitaire innée. Chez les vertébrés, si cette dernière n'est pas efficace, une réponse immunitaire adaptative est mise en place.

Sujet 1 À partir de vos connaissances, indiquer comment les réponses immunitaires innée et adaptative sont associées et comment la réponse adaptative permet une action plus spécifique.
Votre réponse pourra être assortie de schémas explicatifs.

Sujet 1 Les dorsales et la mobilité horizontale de la lithosphère
Expliciter les arguments qui font des dorsales océaniques des zones d'expansion des fonds océaniques.

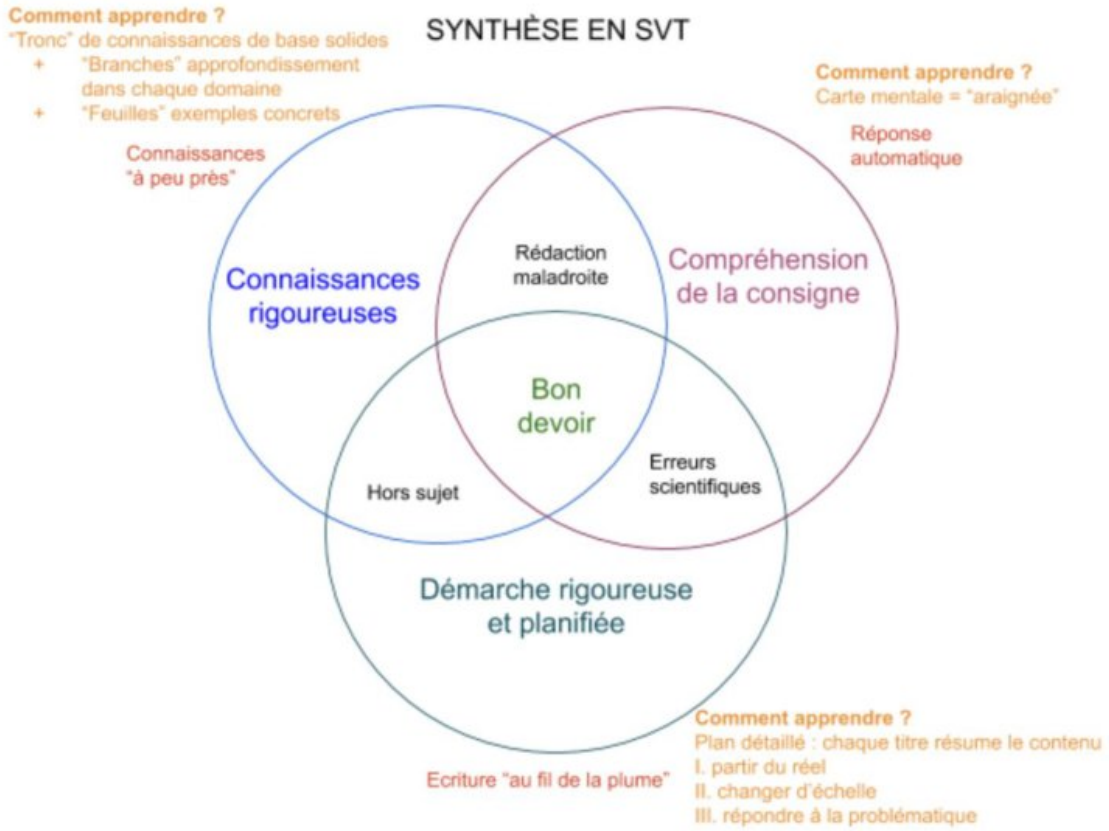
Sujet 2 Expliquer comment les scientifiques ont déterminé l'évolution de la température à l'intérieur de la Terre, décrire cette évolution et expliquer l'origine des différences de gradients géothermiques constatées entre la lithosphère et l'asthénosphère.

Les interactions biotiques constituent un élément majeur de l'écosystème. Elles sont diversifiées et structurent l'écosystème. Elles influencent le fonctionnement de l'écosystème et sa dynamique.

Présenter les différentes interactions biotiques et leur importance dans l'écosystème.

Votre exposé sera organisé en une introduction, un développement structuré et une conclusion. Il sera illustré de schéma(s).

Je vous mets la grille de correction de la synthèse du bac avant réforme



RESTITUTION ORGANISÉE DE CONNAISSANCES

Partie I sur 8 points

Synthèse réussie		Synthèse maladroite				Absence de synthèse		Pas d'éléments scientifiques (connaissances) répondant à la question posée
Éléments scientifiques suffisants				Éléments scientifiques insuffisants				
Rédaction et/ou schématisation correcte(s)	Rédaction et/ou schématisation maladroite(s)	Rédaction et/ou schématisation correcte(s)	Rédaction et/ou schématisation maladroite(s)	Rédaction et/ou schématisation correcte(s)	Rédaction et/ou schématisation maladroite(s)	Rédaction et/ou schématisation correcte(s)	Rédaction et/ou schématisation maladroite(s)	
8	7	6	5	4	3	2	1	0

Synthèse réussie = idée essentielle + connaissances détaillées, bien organisées (pensée structurée) et adaptées au contexte du sujet
Synthèse maladroite = effort de construction mal abouti
Absence de synthèse = cours théorique
Éléments scientifiques suffisants = idée essentielle + > la moitié des connaissances détaillées attendues (dont schémas)

Compétence évaluée sur le livret scolaire, avec 4 niveaux de maîtrise : 1. non maîtrisées 2. insuffisamment maîtrisées 3. maîtrisées 4. bien maîtrisées

Restituer et mobiliser les connaissances exigibles, expliquer leur mode de construction et leur évolution au cours de l'histoire des sciences				
Raisonner, argumenter, démontrer en exerçant un regard critique				

Méthode pour réaliser une démarche scientifique à partir de l'exploitation d'un ensemble de documents et en mobilisant ses connaissances, pour résoudre un problème scientifique (exercice 2)

Cette seconde partie de l'épreuve écrite permet d'évaluer **la pratique du raisonnement scientifique et de l'argumentation**. Ce n'est donc en aucun cas une restitution de connaissances !!!!!

Il faut donc apprendre les méthodes spécifiques à cette partie au même titre que les connaissances.

Le questionnement amène le candidat à choisir et exposer sa démarche personnelle, à élaborer son argumentation et à proposer une conclusion.

La réponse nécessitera, en plus de **l'exploitation des documents** proprement dite, la rédaction d'une réponse qui réponde au sujet en reprenant dans un ordre logique , suivant une **démarche clairement identifiée**, les différentes informations apportées par les documents et les **connaissances** utiles.

1) Bien lire la ou les questions posées afin de savoir exactement ce qui est attendu

Attention ! Il ne s'agit pas de réciter son cours, mais de s'appuyer sur les informations tirées des documents pour étayer votre explication. pour cela :

2) Au brouillon, faire un tableau puis exploiter chaque document en le remplissant :

	informations utiles en lien avec la question	connaissances en lien avec les informations du document et permettant de les interpréter et/ou de raisonner
doc 1		
doc 2		
doc 3		

On voit que...Le document montre que ...(ne pas citer, mais reformuler pour montrer que vous avez compris)

Or on sait que ...Donc on peut déduire que ...

•Si plusieurs documents font référence à une même connaissance du sujet, vous devez les regrouper dans un même argument.

•Organiser l'ordre de présentation de vos arguments (dans deux ou trois parties).

•Relier vos différents arguments par des mots de liaisons Attention à chaque argument, il faut montrer en quoi l'information des documents permet de répondre à la problématique.

Il faut placer les faits (causes) avant les interprétations (conséquences), pour cela il faut employer des liens de déductions : Donc / par conséquent / ainsi / alors….

3) Rédiger la réponse en trois temps :

- Introduction : elle rappelle brièvement le problème posé (une phrase)

- Démarche :

Exploitation de chaque document : présentation, analyse et interprétation ; reprendre pour cela ce que l'on a écrit dans le tableau du brouillon . Les documents doivent être exploités dans l'ordre qui correspond à une démarche choisie et cohérente avec la problématique . Elle doit être organisée en plusieurs paragraphes montrant clairement la démarche.(*Eventuellement, elle peut inclure un ou des schémas (demandés ou non*).

- Conclusion : Ne pas l'oublier ! Elle synthétise clairement la réponse au problème Elle doit récapituler tous les éléments de réponse déduits de l'analyse des documents.

Ce qui faut éviter :

- Faire obligatoirement une étude linéaire document par document en suivant l'ordre des documents.
- Faire une étude exhaustive de chaque document. Il ne faut extraire que les éléments apportant des éléments de réponse au problème.
- Décrire tous les documents à la suite les uns des autres avant de faire la synthèse (l'analyse des documents est intégrée dans la synthèse).
- Imposer des notions alors qu'elles pourraient être déduites de l'étude de documents.
- Imposer une interprétation puis la justifier avec des documents (ce qui revient à placer la conséquence avant la cause). Eviter pour cela d'utiliser des liens de justification comme car, puisque, en effet…
- Négliger la conclusion qui ne doit pas être simplement la problématique à la forme affirmative.
- Ne pas prendre la temps de lire le sujet dans entier et de relire sa copie.

Evaluation :

Je vous mets la grille de correction des E3C de première comme on n'a pas encore celle de terminale mais je pense qu'elle sera assez similaire (le barème n'est pas le bon /10 au lieu de / 8 ou 9)

Critères de référence *(et descripteurs du niveau de maîtrise attendu dans la cadre des attendus des programmes de SVT) :*

- Pertinence des éléments prélevés dans les documents pour résoudre le problème scientifique
- Complétude et pertinence des connaissances nécessaires pour traiter le problème de manière complète, en sus des données issues des documents
- Qualité de la démarche de résolution (adéquation de la démarche avec le problème posé)
- Qualité de la rédaction la démarche de résolution
- Mise en relation pertinente des données prélevées et des connaissances avec le problème à résoudre (confrontation pertinente des données et des connaissances pour résoudre le problème)
- Présence et justesse de la conclusion apportant une réponse correcte au problème posé.

Analyse des documents et mobilisation des connaissances[3], dans le cadre du problème scientifique posé				
4	*3*	*2*	*1*	*0*
Connaissances complètes et pertinentes Informations prélevées pertinentes et complètes (justification et tri)	Connaissances complètes et pertinentes mais informations prélevées incomplètes ou peu pertinentes (manque de justification ; tri incomplet)	Connaissances incomplètes *mais informations issues des documents complètes et pertinentes* (justification et tri)	Seuls quelques éléments *pertinents* issus des documents et/ou des connaissances	Absence de traitement des éléments prélevés

Démarche personnelle			
3	2	1	0
Bonne adaptation de la démarche au sujet (*qualité* de sa construction)		Construction insuffisamment cohérente de la démarche mais bonne rédaction	Absence de démarche ou démarche incohérente
Rédaction *correcte* de la démarche	Rédaction *incorrecte* de la démarche		

Exploitation (mise en relation/confrontation) des informations prélevées et des connaissances[3] au service de la résolution du problème			
3	2	1	0
Complétude et pertinence des arguments nécessaires à la réponse au problème posé			
Réponse *explicative et cohérente* au problème scientifique	Absence ou réponse incomplète ou non cohérente au problème scientifique posé	Argumentation incomplète mais réponse explicative cohérente avec le problème posé	Arguments absents et/ou réponse explicative absente ou incohérente

Méthodologie pour l'Evaluation des Capacités Expérimentales (ECE)

Il faut bien garder et revoir tous les TP que vous avez réalisé en 1ère.

L'énoncé indiquera l'objectif ou le problème à résoudre ainsi que la manipulation à effectuer tout comme le matériel disponible pour la mettre en œuvre.

Comment doit -on rédiger un compte rendu de TP en SVT ?

1) Proposer une démarche pour résoudre un problème scientifique (durée 10minutes)

La 1ere étape consiste à répondre à 3questions :

- Qu'est-ce-que je fais pour répondre au problème ?

Pour cela, il faut ici proposer une manipulation concrète explicitée par un verbe d'action concrète : observer, mesurer, calculer, compter, comparer…

Les informations recherchées pour répondre au problème sont ensuite présentées.

- Comment je fais (pour réaliser mon expérience)

Il faut présenter, préciser, compléter le matériel requis et son utilisation pour la manipulation soit opérationnelle.

Les conditions rigoureuses de la démarche scientifique sont également précisées :

Réalisation d'un témoin, variation de paramètres définis, répétition de la manipulation, de manière à avoir un résultats exploitable et non contestable.

- Quels résultats j'attends ? (pour répondre au problème)

Les résultats prévus sont précisés dans le cas où tout fonctionne comme prévu.

Les conséquences déductibles de ces résultats sont ensuite explicitées :

« Si j'obtiens tel résultat, alors j'en déduis que… »

Erreur à éviter :

Il ne faut pas confondre « ce que je fais » avec « pourquoi je le fais ».

Il n'est pas attendu dans la stratégie de repréciser ou de paraphraser le problème ou l'objectif.

Vous devez donc concevoir une stratégie, une **démarche scientifique réaliste** avec les moyens que l'on dispose au lycée. Elle doit être **cohérente** avec la recherche à mener et les ressources que l'on a.
Pour cela on doit d'abord expliquer **ce que l'on fait** (matériel, technique, supports…). On donne d'abord le but du TP. Donc **on cherche à**……
Puis il faut indiquer **comment on le fait**. Il faut donner le matériel que vous pensez utiliser, les expériences que vous proposez de réaliser en indiquant les expériences témoins dont vous avez besoin, les paramètres variables et fixés…)
Et enfin il faut donner les **résultats attendus** c'est-à-dire ce que l'on attend.

2) Mettre en œuvre un protocole expérimental.

La 2nd étape correspond à la réalisation du protocole. Il sera fourni après la réalisation de la 1ere étape. Au cours de cette étape, il faut mettre en œuvre la stratégie en réalisant la ou les manipulations demandée(s) dans le protocole fourni, lors de cette étape.

Ce sont les manipulations. Il faut donc suivre **le protocole donné le plus rigoureusement possible.**
Il faut maitriser le matériel, respecter les consignes et bien gérer le poste de travail (paillasse). Le rangement du matériel et du poste de travail est aussi pris en compte.

3) Présenter ses résultats pour les communiquer

Il faut donc **communiquer à l'écrit** de façon **illustré** en étant le plus **judicieux** pour présenter les résultats obtenus, selon les manipulations que vous avez réalisé. Vous pouvez par exemple :

- faire un schéma,
- faire un dessin d'observation,
- capturer une photo et la légender sur un ordinateur
- présenter un graphique,
- présenter un tableau

Ce sont les **résultats bruts** (sans interprétation)

La **production choisie** doit être **compréhensible** (soignée, lisible, adéquate…)

Elle doit être bien **renseignée** (informations complètes et exactes)

Elle doit être bien **organisée** (informations traduites dans le sens du problème à traiter)

4) Exploiter les résultats obtenus pour répondre au problème

Il faut donc conclure à l'écrit sous forme de texte.
Le texte doit reprendre l'ensemble de la démarche, c'est-à-dire du problème scientifique, de la démarche que vous avez proposé, présenter brièvement l'ensemble des résultats que 'on a observé et conclure c'est-à-dire répondre au problème scientifique de départ.

Pour cela, il faut **exploiter l'ensemble des résultats**. Il faut donc écrire **On voit que** :

Il faut **intégrer des notions** et connaissances nécessaires à la résolution du problème. Il faut donc écrire **On sait que** :

Il faut **construire une réponse** au problème posé . Elle doit être **explicative** et **cohérente** intégrant les résultats. Il faut donc écrire **On conclut que** :

Quelques rappels sur la communication de résultats scientifiques en SVT

Mode de communication	Schéma	Dessin d'observation		Tableau	Graphique	Image numérique
		En biologie	En géologie			
Définition	Représentation simplifiée et efficace de la réalité	Représentation légendée la plus fidèle possible de la réalité observée		Organisation de données selon des colonnes et des lignes	Organisation de données selon des axes et sous forme de courbes, histogrammes etc...	Photographie annotée de la réalité observée
Utilisé pour :	Représenter une observation de manière simple Montrer un fonctionnement Mettre en relation des données (schéma fonctionnel)	Représenter une observation d'une coupe d'organe (microscopie), d'une dissection (animaux, fleurs)	Représenter une observation d'un échantillon macroscopique ou microscopique de roche	Présenter et mettre en relation des données (chiffres) Présenter et comparer des données	Présenter et mettre en relation des données (chiffres)	Présenter une observation acquise numériquement
Conventions de représentation	- Stylos, feutres et crayons de couleur autorisés - Schéma de grande taille - Titre commençant par « Schéma représentant... » - Légendes pour tous les figurés et symboles utilisés - Propreté (traits tirés à la règle etc...) - Respect de l'orthographe	- Crayon à papier uniquement - Dessin de grande taille et centré - Titre commençant par « Dessin d'observation... » et précisant l'outil utilisé pour l'observation - Grossissement (et échelle quand c'est possible) indiqué - Traits de légende homogènes finissant parallèle et s'arrêtant sur la même verticale (marge possible) - Traits nets, fins et continus - Légendes précises - Propreté - Respect de l'orthographe	- Pas de couleurs. Si dessin d'une lame mince, dessin le plus pertinent (LPA ou LPNA au choix) - Pour le reste, mêmes consignes que le dessin en biologie !	- Tableau fermé sur tous les bords - Traits tracés à la règle - Titres des lignes et des colonnes judicieux (avec unités précisées si nécessaire) - Titre pertinent commençant par « Tableau représentant... » ou « Tableau de comparaison de... » - Propreté des traits - Respect de l'orthographe	- Titre des axes comportant le paramètre et l'unité - Choix pertinent de l'échelle pour chaque axe de manière à obtenir un graphique de grande taille - Titre du graphique : « Graphique représentant y en fonction de x » - Graphique à la main : points sous la forme de croix en + - Propreté - Respect de l'orthographe	- Traits de légendes finissant parallèle et s'arrêtant sur la même verticale - Respect de l'orthographe